

## 第3部

# 制御性能監視と関連技術の実用化に向けて

日本学術振興会プロセスシステム工学第143委員会

ワークショップ No.25

「制御性能監視 —プロセス産業での実用化を目指して—」

最終報告書

## 第1章 最小分散制御をベンチマークとする手法

最小分散制御をベンチマークとする制御性能監視手法についての解説と  
実プラント運転データへの適用結果

### 執筆者

丸田 浩	京都大学 大学院工学研究科化学工学専攻
加納 学	京都大学 大学院工学研究科化学工学専攻
喰田 秀樹	出光石油化学(株) 技術部総括課
樋口 文孝	出光石油化学(株) 千葉工場管理課
栗原 久光	出光興産(株) 製造部プロセスシステムセンター

## 1.1. 最小分散制御に基づく制御性能評価：基礎と問題点

京都大学 丸田 浩，加納 学

### 1.1.1. 緒言

高い品質の維持，環境負荷低減，コスト削減など，経済のグローバル化を背景に，生産活動に突き付けられる要求は際限なく厳しくなっている．このような時代の要請に応えるためには，生産プラントの能力を最大限に引き出すような運転を実現しなければならず，制御系の性能を高く維持することが最低限必要である．しかし，一般的な生産プラントには非常に多数の制御ループが存在し，どの制御ループがプラント全体の運転効率向上へのボトルネックであるかを見極めることは大変困難である．また，銘柄やロードの変更，触媒の劣化など多種多様な要因によってプラントの状態は時々刻々と変化するため，一度調整したコントローラであってもその制御性能が劣化している場合も少なくない．このため，改善を必要とする制御ループを検出する目的で，各制御系の性能を評価できるシステムティックかつ実用的な手法が必要である．

従来 of 制御性能評価手法は，最小分散制御をベンチマークとしている．この手法は，1) プロセスのむだ時間が既知であれば，通常の運転データのみから評価指標を計算できる，2) 構造の異なるコントローラの性能を絶対的に評価できる，という長所を有する．しかし，コントローラの構造が限定されている場合や制約がある場合には，必ずしも最小分散制御が実現できるとは限らない．また，制御系の安定性という観点から，最小分散を実現することが望ましいとも限らない．特に，現在でも実用上最も重要とされる PID 制御の性能評価を行う場合には，コントローラの構造が限定されているため，最小分散制御をベンチマークとする評価指標を鵜呑みにすると誤った結論を導いてしまう恐れがある．このため，PID 制御で達成可能な制御性能の限界を求めることが重要である．

本報では，PID 制御で達成可能な制御性能の限界を示すとともに，最小分散制御をベンチマークとする評価指標を PID 制御系に適用する際の問題点を明らかにする．

### 1.1.2. 最小分散制御をベンチマークとする方法

対象とする制御系のブロック線図を図1に示す．ここで， $y, u$  はそれぞれ制御量および操作量である．いま，プロセスのむだ時間を  $d - 1$  とすると，プロセスの伝達関数  $P$  は

$$P(q^{-1}) = q^{-d} \hat{P}(q^{-1}) \quad (1)$$

と表される．一方，外乱は分散  $\sigma_a^2$  の白色雑音  $a$  から生成され，その動特性は ARIMA モデルで表現できるとする．また，コントローラの伝達関数を  $C$ ，設定値を  $r$  とする．外乱の伝達関数  $D$  を  $q^{-1}$  について展開する

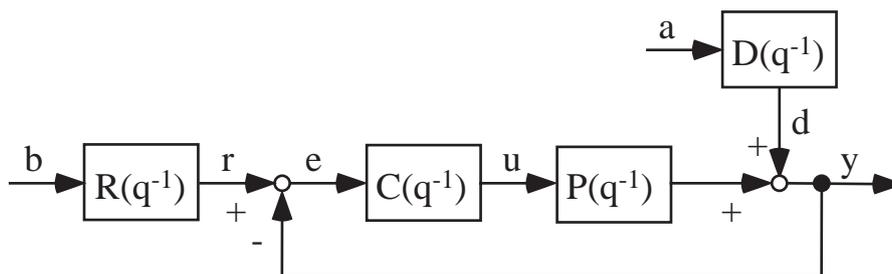


図 1: 制御系のブロック線図

と、次のインパルス応答モデルを得る．

$$\begin{aligned} D(q^{-1}) &= 1 + f_1 q^{-1} + \cdots + f_{d-1} q^{-d+1} + f_d q^{-d} + \cdots \\ &= F(q^{-1}) + q^{-d} G(q^{-1}) \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $f_i$  は  $i$  番目のインパルス応答係数であり、 $F$  は最初の  $d-1$  番目までの応答に対応する．設定値変更を行わない場合、すなわち  $r = 0$  である場合には、制御量  $y$  を次式のように表すことができる．

$$y(k) = \frac{D}{1+CP} a(k) = Fa(k) + Ha(k-d) \quad (3)$$

ここで、 $Fa(k)$  は現時刻  $k$  から  $k-d+1$  まで、 $Ha(k-d)$  は  $k-d$  以前の白色雑音  $a$  によってのみ決まるため、 $Fa(k)$  と  $Ha(k-d)$  は独立である．この性質を利用して、制御量  $y$  の分散  $\text{var}\{y(k)\}$  の最小値  $\sigma_{MV}^2$  を求めることができる．

$$\begin{aligned} \text{var}\{y(k)\} &= \text{var}\{Fa(k)\} + \text{var}\{Ha(k-d)\} \\ &\geq \text{var}\{Fa(k)\} = \sigma_{MV}^2 \end{aligned} \quad (4)$$

このように、コントローラの特性に 관계なく、 $\sigma_{MV}^2$  は決まる．したがって、実際の制御量の分散  $\sigma_y^2$  が  $\sigma_{MV}^2$  に近ければ制御性能は良く、 $\sigma_y^2$  が大きければ制御性能は悪いと判断できる．そこで、最小分散と実際の分散の比

$$\eta(d-1) = \frac{\sigma_{MV}^2(d-1)}{\sigma_y^2} \quad (5)$$

を制御性能評価指標として利用する．この指標は Harris index または closed-loop potential (CLP) と呼ばれる．なお、最小分散  $\sigma_{MV}^2$  はプロセスのむだ時間  $d-1$  の大きさに依存するため、ここでは評価指標をむだ時間  $d-1$  の関数として表している．評価指標は  $0 \leq \eta \leq 1$  の範囲内で変化し、 $\eta$  が 1 に近いほど制御性能は良い．ここまでは設定値変更がない場合を取り扱ってきたが、設定値追従特性も同様にして評価することができる．

### 1.1.3. PID 制御系への適用

前節と同様の議論は連続時間系においても展開できる．化学プロセスを対象とする場合、多くのプロセスは 1 次遅れとむだ時間で近似して問題ない．そこで、プロセスの伝達関数を

$$P(s) = \frac{K}{Ts+1} e^{-Ls} \quad (6)$$

とする．まず、プロセスのパラメータ  $T, L$  を種々変化させて、ステップ状設定値変更に対して偏差の分散 (ISE) を最小とする PID 制御パラメータを最適化計算によって求めた．PID 制御で達成可能な ISE の下限を図 2 に示す．この結果より、ISE の最小値はむだ時間  $L$  に強く依存するが、時定数  $T$  にはほとんど依存しないことがわかる．また、Harris index は  $T, L$  に依らず約 0.93 で一定である．したがって、ステップ状設定値変更に対しては、目標を 1 ではなく 0.93 に置き換えることで、PID 制御の性能を Harris index によって評価しても問題ないと考えられる．PID 制御によって約 0.93 という Harris index を達成できることは確認できたが、チューニングの際に毎回最適化計算を実施するのは現実的ではない．そこで、プロセスの動特性に依存することなく、高い Harris index を実現できる PID 調整則を提案する．

$$K_P = \frac{2T+L}{2KL}, T_I = T + \frac{L}{2}, T_D = \frac{TL}{2T+L} \quad (7)$$

この単純な調整則を用いると、設定値から偏差への閉ループ伝達関数はむだ時間のみをパラメータとして含むようになる．このとき、ISE はむだ時間に比例し、Harris index は約 0.88 となる．

ここまでの結果からは、最小分散制御をベンチマークとする評価指標を PID 制御系に適用しても問題ないように見える。しかし、外乱が付加される場合には、状況は大きく異なる。プロセス入力側にステップ状外乱が付加された場合の結果を図 3 に示す。この結果より、PID 制御で達成可能な Harris index は高々 0.3 ~ 0.5 程度であり、しかも Harris index はむだ時間だけでなく時定数にも強く依存する。このため、PID 制御の性能評価は困難である。なお、提案調整則は設定値追従を目標としているため、外乱抑制性能は高くない。また、外乱の動特性が速いほど、すなわちステップ状変化に近づくほど、高い Harris index を実現できるようになる。本節では、連続時間系を対象に議論を進めてきたが、離散時間系でも同様に議論を展開することができる。

#### 1.1.4. 結言

設定値追従と外乱抑制とでは、PID 制御によって達成可能な Harris index が大きく異なるため、最小分散制御をベンチマークとする性能評価手法を利用する際には、結果の解釈に注意が必要である。外乱の影響が大きくなり、設定値変更が行われる PID 制御系であれば、最小分散制御をベンチマークとする手法を適用しても問題ない。ただし、目標値は 0.9 程度とすべきである。

なお、プロセスモデルが既知である、あるいは同定できるという前提をおけば、より厳密に PID 制御の性能を評価できる。しかし、この場合、最小分散制御をベンチマークとする手法の簡便さは失われてしまう。実際、すべての制御ループにおいて同定実験を行うのは現場への負担が大きい。したがって、簡便な PID 制御性能評価手法の開発が望まれる。

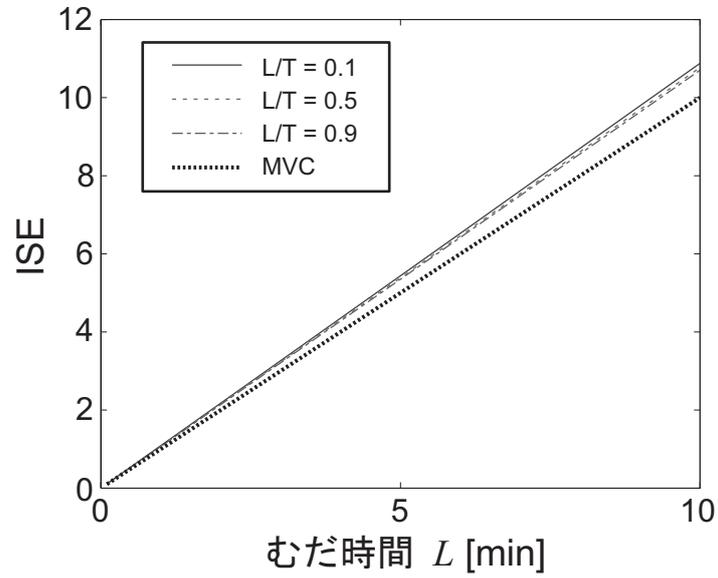


図 2: 実現可能な ISE の最小値 (設定値変更)

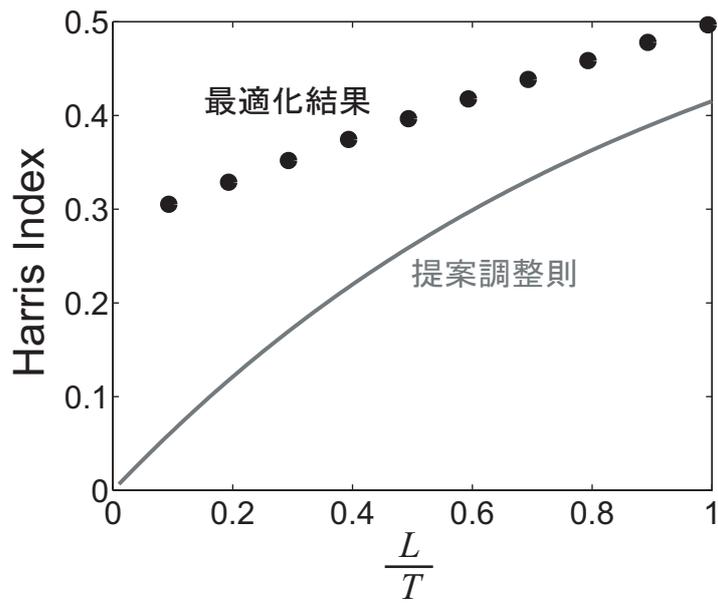


図 3: 実現可能な制御性能評価指標 (外乱)

## 1.2. プラントデータへの適用結果

出光石油化学 喰田 秀樹, 樋口 文孝

出光興産 栗原 久光

### 1.2.1. はじめに

実プラントの運転データを用いて **Harris Index** を算出し、最小分散制御をベンチマークとする制御性能監視手法の有効性、実用性を確認する。

併せて、**Harris Index** を利用したむだ時間同定方法や白色化フィルタ次数が計算に及ぼす影響についても確認する。

### 1.2.2. 検討内容

本検討では、実プラントデータを使用して以下の3つの確認を行う。

#### ① **Harris Index** の有効性、実用性の確認

改善を実施した制御ループのデータを2種類用意し、それぞれ改善前後の **Harris Index** を求め有効性、実用性の確認を行う。

#### ② **Harris Index** によるむだ時間同定の実用性確認

**Harris Index** を用いたむだ時間同定方法を実プラントデータに適用し、同定方法の実用性を確認する。

#### ③ 白色化フィルタ次数の影響

白色化フィルタの次数 (AR, MA モデル次数) がどの程度計算結果に影響するか、確認する。

### 1.2.3. 対象の概要

本検討に使用する対象の概要を図1～4に示す。装置及びデータは検討にあわせ、以下の3つの組み合わせを用意した。

データ②、③は(出力制約のかかる)MPC を適用している制御ループであるため、本検討のデータとして不適切である可能性もあるが、制御性能を確認したい意味もあり採用した。

- ①対象 : 熱交換器の温度制御ループ (図1. a)
- データ : PIDパラメータ調整前後の明らかに調整効果の出ているデータ (図2)  
チューニング手法はCHR法を使用。
- ②対象 : 蒸留塔の塔内温度制御ループ (図1. b)
- データ : MPC適用前後の一見して適用効果の分りにくいデータ (図3)
- ③対象 : 反応器の性状(ガスクロ分値)制御ループ (図1. c)
- データ : むだ時間が明確な運転データ (図4)

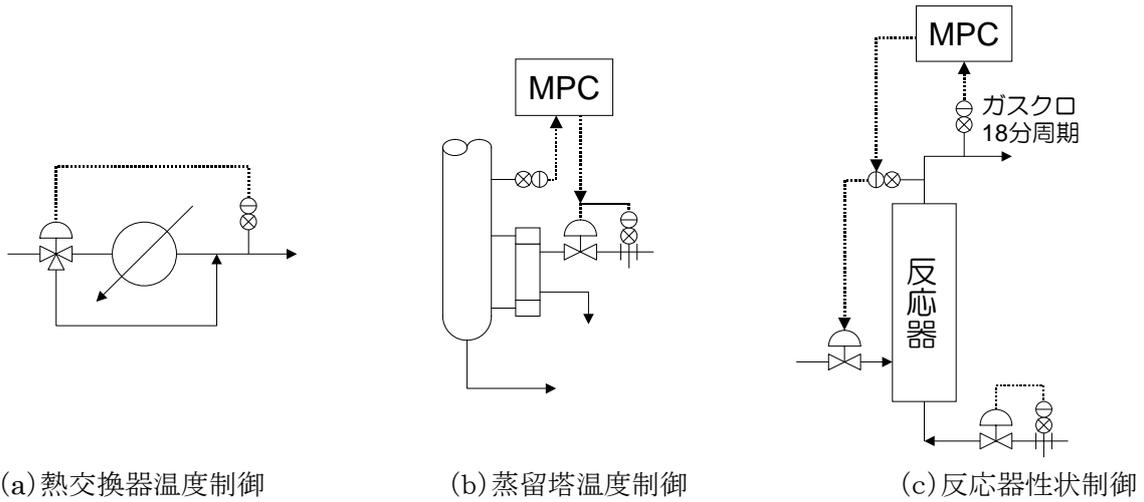


図1. 対象装置概要

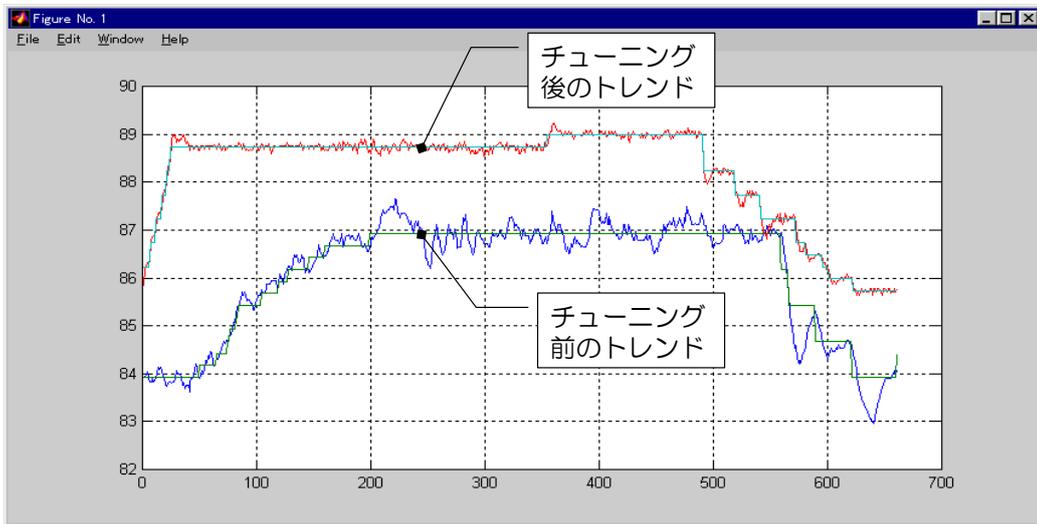


図2. 熱交換器温度データ

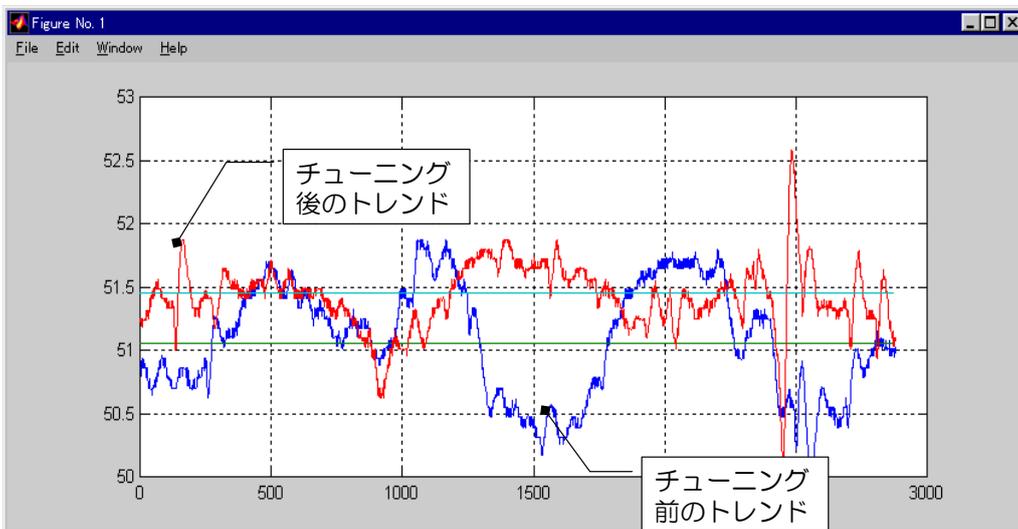


図3. 蒸留塔温度データ

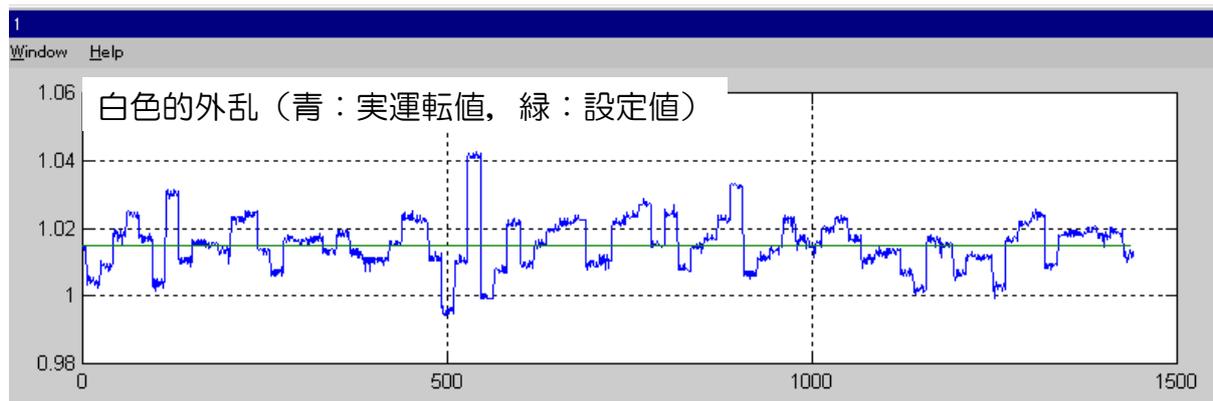


図4. 性状制御データ

#### 1.2.4. 検討結果

##### 1.2.4.1. Harris Index の確認

データ①, ②を使用して Harris Index を算出した。

計算の前提と結果を表 1 に示す。

表 1. 計算の前提と結果

	データ①	データ②
むだ時間	1 [min]	20 [min]
白色化フィルタ次数	ARMA モデル次数 3	
制御改善前	0.147 (0.285)*	0.085 (0.435)*
制御改善後	0.673 (0.086)*	0.311 (0.269)*

※制御改善前後の下段カッコ内は標準偏差

- データ①では改善前後の標準偏差の違い(約1/3)やトレンドを見ても明確に効果は分かるが, Harris Index では4倍以上の差となっており, 調整効果の評価指標としてより感度が高くなっている。

ただし, データ①は運転員の感覚では全く問題ない調整となっているにも関わらず, Harris Index としては十分ではないという結果になっている。

- データ②はトレンドデータを一見すると改善効果の有無が分かりにくいデータであるが, Harris Index はデータ①と同様に約4倍近くになっており, データ①と同様調整効果の評価指標としてより感度が高いと言える。

このことから, Harris Index による評価の方が制御改善の効果がより分かり易くなっていると言える一方で, データ①とは逆に使用する側から見ると過大評価となっているという見方もできる。

- データ①の改善前とデータ②の改善後の標準偏差は同程度の値であるが, Harris Index として

はデータ②の改善後の方が大きくなっており、制御対象の困難さ(むだ時間の大きさ)を考慮した評価が行われていることが分かる。

上記より、以下のことが言える。

- **Harris Index** では制御性能の向上度合いが強調される、また、制御対象の困難さが考慮される、など制御性能を相対的に表すには良い指標となっている。
- データ①のように実用上全く問題のない調整となっているにもかかわらず、絶対値で見た場合に十分な制御性能でないという結果や、逆にデータ②のように過大評価に見えるような結果が出ており、実用する側とのギャップがある。絶対的な指標として使用するためには工夫が必要である。

#### 1.2.4.2. むだ時間同定の可能性

データ②及び③を使用して、**Harris Index** を利用したむだ時間同定の可能性について述べる。

データ②と③のむだ時間－**Harris Index** プロットを図5, 6に示す。

- データ②は事前の検討でむだ時間を1分と推定している。(むだ時間＋一次遅れで近似)しかし、傾きが緩やかになる時点は1分ではなく上記結果と一致しない。さらに、制御改善前後で傾きが緩やかになる時点が異なり(改善前:9分程度, 改善後:3分程度), 同じ制御対象であるにもかかわらず一致しておらず、むだ時間を同定できていると言えない。ただし、データ②は蒸留塔温度制御ループであり、実際にはむだ時間のない高次遅れである可能性もあるため、**Harris Index** の傾きが緩やかになる時点が純粋なむだ時間を表しているかどうかは不明である。
- データ③は事前検討でむだ時間を18分と推定している。このむだ時間はガスクロの分析周期と一致しており、正確なむだ時間を示していると思われる。本データでは推定したむだ時間と**Harris Index** の緩やかになる時点が完全に一致しており、正確に同定できている。

上記より、**Harris Index** を利用したむだ時間の推定については、可能性はあるが高次遅れへの対処法など課題があり、全てのデータにおいて有効であると言えない。

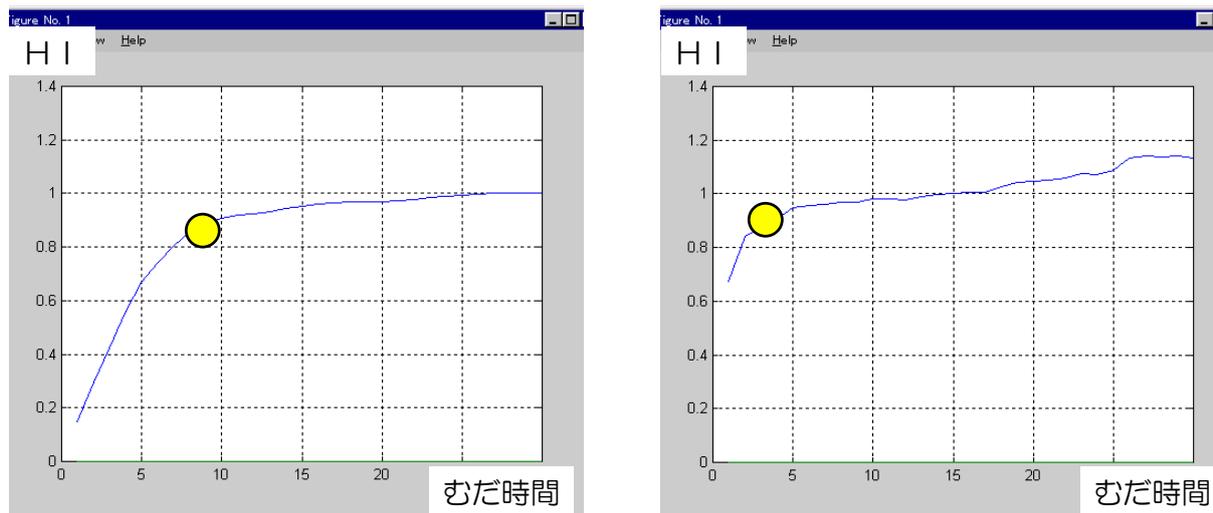


図5. むだ時間－Harris Index プロット(左:データ②改善前, 右:データ②改善後)

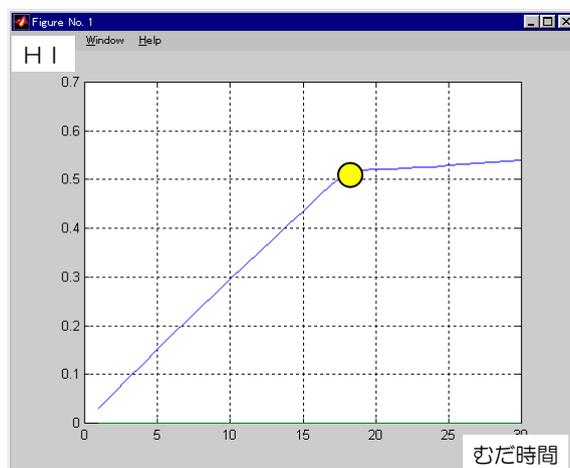


図6. むだ時間－Harris Index プロット(データ③)

#### 1.2.4.3. 白色化フィルタ次数の影響

次に白色化フィルタの次数 (ARMA モデルの次数) が計算結果に与える影響について検討した。

データ②制御改善後のデータを使用して, AR, MA モデル次数を 1~20 まで変化させた時の Harris Index の変化を図7に示す。

同一データでもバラツキが大きく, モデル次数により, Harris Index は最大で 0.15 程度の違いが出ている。同一ループでは, モデル次数を固定すれば改善前後などの比較を行うことが可能であるが, 異なるループの制御性能の良否を判定する場合には問題となる可能性が大きい。

今回の検討ではモデル次数は全て3次で計算しているが, 適切なモデル次数については AIC などでも求める事が可能であり, 今後の検討課題とする。

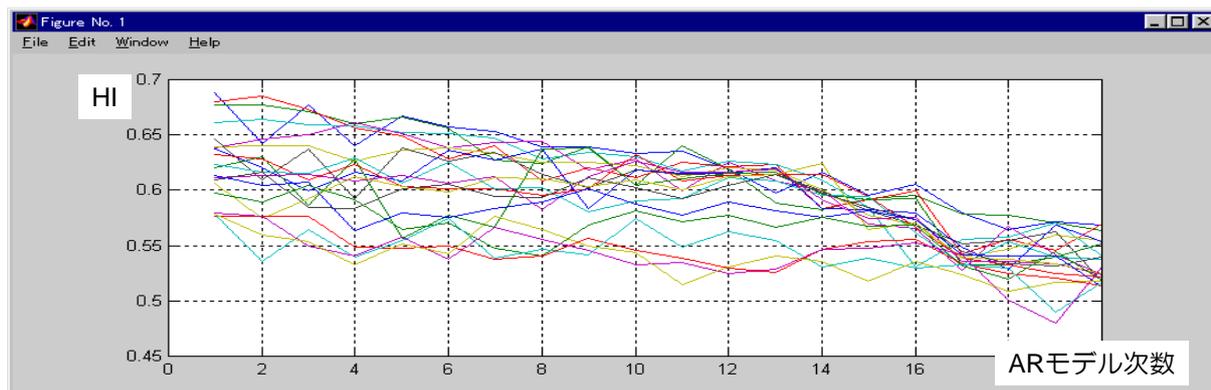


図7. 白色化フィルタ次数 (AR, MA モデル次数) と Harris Index の関係

### 1.2.5. おわりに

実プラントの運転データを使用して Harris Index を算出し、実用性の確認をした。

Harris Index は、制御改善前後のデータで比較した場合には効果が強調され分かりやすくなり、さらに制御対象の困難性を考慮した比較ができる、という点で有効な指標であると言える。

一方、実用上全く問題のない(設定値と運転値に殆ど偏差のない)データでも絶対値としてみた場合に制御性能が十分でない結果となるなど、実用側とのギャップもある。

上記のことより、現状では相対的な評価指標(同一ループの制御改善前後の比較や異なるループの制御性能比較)としては実用上問題ないと言えるが、絶対的な評価指標(指標が 0.5 以下になったら再調整が必要, 0.7 以上にするためにはどの制御方式にしなければならぬか, などの評価)として実用するためにはなんらかの工夫が必要である。

## 第2章 PID 制御系の性能評価

最小分散制御に基づく制御性能評価手法の PID 制御系への適用についての解説

執筆者

丸田 浩 京都大学 大学院工学研究科化学工学専攻

加納 学 京都大学 大学院工学研究科化学工学専攻

## 2. PID 制御系の性能評価

京都大学 丸田 浩, 加納 学

これまでに, PID 制御系の性能評価手法として Grimble が制御偏差を積分した信号の分散の最小値を基準とした手法を提案している [1]. この手法は PID 制御など, コントローラのクラスを限定した場合を考慮する手法であり, PID 制御の性能評価を与える数少ない手法の一つである. ところがコントローラのクラスを限定した場合については, プラントモデルの情報が必要となる. プラントモデルの情報を与えられているなら, 評価のためだけにモデルを使うよりもモデルを基に制御系設計を行った方が得策である.

一方, 最小分散制御 (MVC) に基づく制御性能評価手法 [2] は通常のプロント運転データとプラントのむだ時間の情報だけで制御性能 (制御偏差の分散は MVC を行った場合に比べてどの程度大きいのか) を評価できる一方, MVC を実現するためのコントローラは PID 制御では実現できない場合もある.

PID 制御系に対し, MVC を基準とした制御性能評価手法を適用した結果, 制御性能が悪いと判定された場合, PID 制御によって達成できる制御性能の限界が決定されれば, 次のような判断ができる.

- 現在の制御性能が PID 制御で達成できる制御性能の限界から程遠い場合, PID 制御のチューニングパラメータを変更することで制御性能の向上が期待できる
- 現在の制御性能が PID 制御で達成できる制御性能の限界に近い場合, PID 制御では制御性能の向上は期待できないので, モデル予測制御などより高度な制御構造を考えた方がよい

そこで本研究では, PID 制御系に対し, MVC を基準とした制御性能評価手法を適用した場合の性能限界について考察を行った. 対象とする制御系は図 1 に示す SISO 制御系である.

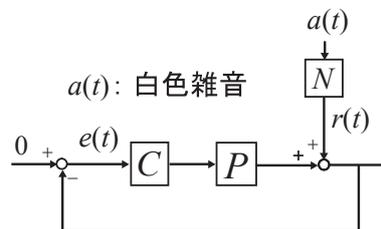


図 1: 対象とする SISO 制御系

### 2.1. 連続時間系の最小分散制御

MVC を基準とした制御性能評価手法で得られる情報は, 白色雑音  $a(t)$  から制御偏差  $e(t)$  への閉ループ伝達関数  $H_{ea}(z^{-1})$  だけであるため, 外部信号の動特性とプロセス動特性を区別できない. したがって, プロセス動特性モデルの情報がない限り  $C_{MV}(z^{-1})$  を推定することは不可能であり, 制御偏差の分散を最小とする PID コントローラ的设计は困難であると考えた. そこで, 本章ではプロセスモデルが存在するという仮定を置く. 実際のプロセスは複雑な動特性を有するが, プロセス動特性を 1 次遅れとむだ時間で近似したモデルで表現することが多い. そこで, プロセス動特性モデルは次遅れとむだ時間で表現できると仮定する. プロセスモデルの存在を仮定しているが, プロセスのむだ時間以外の情報を使わずに導出できる制御性能評価指標を用いればよい.

MVC を基準とした制御性能評価手法で得られる閉ループ伝達関数  $H_{ea}(z^{-1})$  の情報とプロセスのむだ時間の情報を使うことで, 最小分散制御を行ったときの閉ループ伝達関数  $H_{MV}(z^{-1})$  が得られる. したがって, 分

散を最小とするようなPIDチューニングを求めるとするには  $H_{ea}(z^{-1})$  を  $H_{MV}(z^{-1})$  に「近似する」ようなPIDチューニングを考えればよいと考えられる。しかし、離散時間系においてはどのような近似を用いればよいかわからない。

そこで、閉ループ伝達関数  $H_{ea}$  の逆数を所定の関数に合わせる北森の部分的モデルマッチング法に着目した。しかし、この手法は連続時間系の制御系設計に用いられる手法である。最小分散制御に基づいた制御性能評価手法は離散時間系で用いられる手法であるから、そのまま部分的モデルマッチング法を適用することはできない。そこで、離散時間系で定義された最小分散制御の考え方を応用して、連続時間系の最小分散制御を定義する。

むだ時間が  $L$  であるプロセス動特性の伝達関数  $P(s)$  を

$$P(s) = e^{-Ls} \tilde{P}(s) \quad (1)$$

のようにむだ時間要素とむだ時間を含まない遅れ要素に分ける。ここで、外部信号の動特性  $N(s)$  のインパルス応答  $n(t)$  を

$$n(t) = v(t) + w(t - L) \quad (2)$$

の形に分割することを考える。ただし、 $v(t)$ 、 $w(t - L)$  は

$$v(t) = \begin{cases} n(t) & (0 \leq t < L) \\ 0 & (t \geq L) \end{cases} \quad (3)$$

$$w(t - L) = \begin{cases} 0 & (0 \leq t < L) \\ n(t) & (t \geq L) \end{cases} \quad (4)$$

を満たすものとする。この操作は外乱の動特性をむだ時間の前後で分割する操作である。この操作により、インパルス応答  $v(t)$  を実現する伝達関数  $V(s)$  とインパルス応答  $w(t - L)$  を実現する伝達関数  $e^{-Ls}W(s)$  を用いて

$$N(s) = V(s) + e^{-Ls}W(s) \quad (5)$$

と変形する。このように  $N(s)$  を  $V(s)$  と  $W(s)$  に分解できた場合、白色雑音  $a_t$  から制御偏差  $e(t)$  への閉ループ伝達関数  $H_{ea}(s)$  は

$$\begin{aligned} H_{ea}(s) &= \frac{N(s)}{1 + P(s)C(s)} \\ &= \frac{V(s) + e^{-Ls}W(s)}{1 + e^{-Ls}\tilde{P}(s)C(s)} \\ &= V(s) + e^{-Ls} \frac{W(s) - V(s)\tilde{P}(s)C(s)}{1 + e^{-Ls}\tilde{P}(s)C(s)} \\ &= V(s) + e^{-Ls}W'(s) \end{aligned} \quad (6)$$

となる。 $V(s)$  はコントローラの動特性を含まないので、コントローラの種類やチューニングを変更しても  $V(s)$  は不変である。一方、 $W'(s)$  はコントローラの動特性を含み、コントローラの種類やチューニングを変更することで  $W'(s)$  は変化する。 $e^{-Ls}W'(s)$  のインパルス応答  $w'(t - L)$  は  $0 \leq t < L$  では 0 である。

ここで、制御偏差  $e(t)$  の分散  $\sigma_e^2$  を求める際、伝達関数の  $H_2$  ノルムを使うので、定義を簡単に説明し、使用する等式を列挙する。伝達関数  $H(s)$  の  $H_2$  ノルム  $\|H(s)\|$  は、 $H(s)$  のインパルス応答を  $h(t)$  とした場合、(7) 式で定義される。

$$\|H(s)\|^2 = \int_0^{\infty} \{h(t)\}^2 dt \quad (7)$$

なお、他に  $\|H(s)\|^2$  を計算する手段として、Parseval の定理がある。Parseval の定理は (8) 式で表される。

$$\|H(s)\|^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega)H(-j\omega)d\omega \quad (8)$$

再び元の話に戻って、 $e(t)$  の分散  $\sigma_e^2$  を考える。 $e(t)$  は

$$e(t) = H_{ea} a(t) \quad (9)$$

であるが、 $H_2$  ノルムの性質から  $\sigma_e^2$  は、白色雑音  $a(t)$  の分散  $\sigma_a^2$  と  $\|H_{ea}(s)\|$  を用いて

$$\sigma_e^2 = \|H_{ea}(s)\|^2 \sigma_a^2 \quad (10)$$

で表される。したがって、 $\|H_{ea}(s)\|$  を最小とするようにコントローラ  $C(s)$  を設計すれば、最小分散を実現できる。

ここで、 $H_{ea}(s)$  のインパルス応答を

$$h_{ea}(t) = v(t) + w'(t-L) \quad (11)$$

とすると、 $\|H_{ea}(s)\|^2$  は、(7) 式から

$$\begin{aligned} \|H_{ea}(s)\|^2 &= \int_0^{\infty} \{h_{ea}(t)\}^2 dt \\ &= \int_0^{\infty} \{v(t) + w'(t-L)\}^2 dt \\ &= \int_0^{\infty} \left\{ [v(t)]^2 + 2v(t)w'(t-L) + [w'(t-L)]^2 \right\} dt \\ &= \int_0^L [v(t)]^2 dt + \int_L^{\infty} [w'(t-L)]^2 dt \end{aligned} \quad (12)$$

となる。先述の通り、コントローラの種類やチューニングを変更すると  $w'(t-L)$  だけが変化するから、 $t \geq L$  において  $w'(t-L) = 0$  のとき、 $\|H_{ea}(s)\|^2$  は最小となる。したがって、(6) 式の  $W'(s) = 0$ 、すなわち  $W(s) - V(s)\tilde{P}(s)C(s) = 0$  のとき、 $\|H_{ea}(s)\|^2$  は最小となるから、 $\sigma_e^2$  は最小となる。

よって、最小分散制御を実現するコントローラ  $C_{MV}(s)$  は (13) 式で表される。

$$C_{MV}(s) = \frac{W(s)}{V(s)\tilde{P}(s)} \quad (13)$$

これは離散時間系の最小分散制御と全く同様の結果である。

$N(s)$  が積分器や1次遅れなどの場合には容易に  $V(s)$  や  $W(s)$  を計算できるが、高次遅れの場合には  $V(s)$  や  $W(s)$  の計算は非常に煩雑になる。ここでは、 $N(s)$  が積分器の場合と1次遅れ要素の場合について  $V(s)$  と  $W(s)$  を計算する。

### 2.1.1. $N(s)$ が積分器の場合の $V(s)$ と $W(s)$

$N(s)$  が積分器

$$N(s) = \frac{1}{s} \quad (14)$$

の場合、例えばステップ状設定値変更の場合の  $V(s)$  と  $W(s)$  を計算する。 $N(s)$  のインパルス応答  $n(t)$  は

$$n(t) = 1 \quad (15)$$

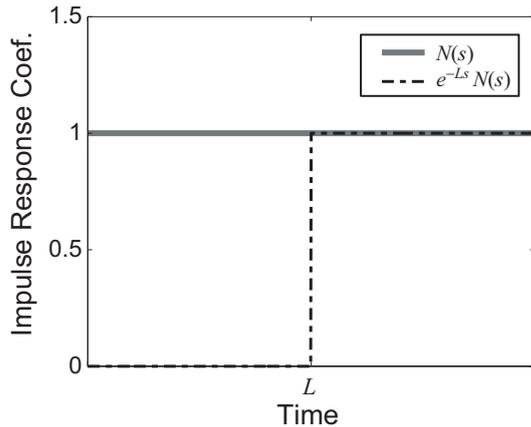


図 2:  $N(s)$ ,  $e^{-Ls}N(s)$  のインパルス応答 (積分器)

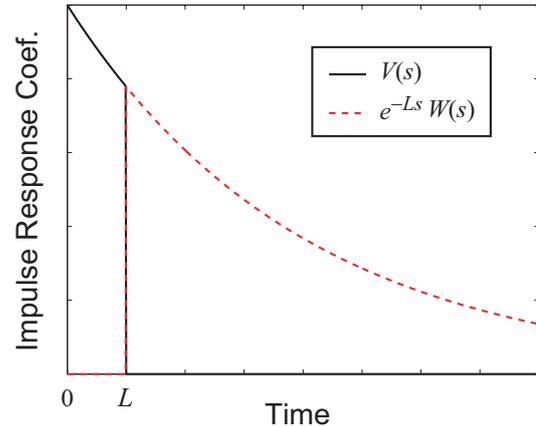


図 3:  $N(s)$ ,  $e^{-Ls}N(s)$  のインパルス応答 (1次遅れ)

である．ここで， $N(s)$  と  $e^{-Ls}N(s)$  のインパルス応答を図 2 に示す．図中の  $e^{-Ls}N(s)$  はむだ時間以降の  $n(t)$  そのものであるから，これが  $w(t-L)$  である．したがって， $e^{-Ls}W(s) = e^{-Ls}N(s)$  である．また，(5) 式から  $V(s)$  も計算できる．以上の結果，

$$V(s) = \frac{1}{s} (1 - e^{-Ls}) \quad (16)$$

$$W(s) = \frac{1}{s} \quad (17)$$

となる．ここで，最小分散制御を行う場合の閉ループ伝達関数  $H_{MV}(s)$  について， $\|H_{MV}(s)\|^2$  は， $H_{MV}(s) = V(s)$  より，

$$\begin{aligned} \|H_{MV}(s)\|^2 &= \|V(s)\|^2 \\ &= \int_0^\infty \{v(t)\}^2 dt \\ &= \int_0^L 1^2 dt \\ &= L \end{aligned} \quad (18)$$

となり，むだ時間  $L$  に一致することがわかる．

### 2.1.2. $N(s)$ が 1 次遅れ要素の場合の $V(s)$ と $W(s)$

外部信号の動特性  $N(s)$  が 1 次遅れ

$$N(s) = \frac{1}{T_F s + 1} \quad (19)$$

であるものとする．はじめに， $W(s)$  を導出する． $N(s)$  のインパルス応答  $n(t)$  は  $N(s)$  のラプラス逆変換に等しく

$$n(t) = \frac{1}{T_F} e^{-\frac{t}{T_F}} \quad (20)$$

である．ここで， $e^{-Ls}W(s)$  のインパルス応答  $w(t-L)$  は  $t \geq L$  では  $n(t)$  に等しいので，

$$\begin{aligned} w(t-L) &= \frac{1}{T_F} e^{-\frac{t}{T_F}} \\ &= \frac{1}{T_F} e^{-\frac{t-L}{T_F}} e^{-\frac{L}{T_F}} \\ &= \frac{a}{T_F} e^{-\frac{t-L}{T_F}} \end{aligned} \quad (21)$$

となる．ただし， $a = e^{-\frac{L}{T_F}}$  である． $(t-L)$  を改めて  $t$  とし， $t \geq 0$  の範囲を想定して Laplace 変換を行うと， $W(s)$  は

$$W(s) = \frac{a}{T_F s + 1} \quad (22)$$

で表される．

一方， $V(s)$  は  $N(s)$  と  $W(s)$  から次のようにして計算される．

$$\begin{aligned} V(s) &= N(s) - e^{-Ls} W(s) \\ &= \frac{1 - ae^{-Ls}}{T_F s + 1} \end{aligned} \quad (23)$$

最小分散制御を行う場合の閉ループ伝達関数  $H_{MV}(s)$  について， $\|H_{MV}(s)\|^2$  は， $H_{MV}(s) = V(s)$  より，

$$\begin{aligned} \|H_{MV}(s)\|^2 &= \|V(s)\|^2 \\ &= \int_0^{\infty} \{v(t)\}^2 dt \\ &= \int_0^L \left\{ \frac{1}{T_F} e^{-\frac{t}{T_F}} \right\}^2 dt \\ &= \left[ -\frac{1}{2T_F} e^{-\frac{2t}{T_F}} \right]_0^L \\ &= \frac{1}{2T_F} \left( 1 - e^{-\frac{2L}{T_F}} \right) \end{aligned} \quad (24)$$

となる．

## 2.2. 部分的モデルマッチング法によるPIDチューニングの計算

北森の部分的モデルマッチング法は，プラントモデル  $P(s)$  を既知とした場合に閉ループ伝達関数の極配置を行い，閉ループ伝達関数の逆数が二項係数標準形や Butterworth 標準形などの低周波域で安定な標準形に近づくようなPIDチューニングを与える手法である．表1に二項係数標準形を，表2にButterworth標準形を示す．なお， $\omega_0 > 0$  は速応性のチューニングを行うパラメータであり，小さいほど即応性は高くなる．

ただし本研究では，上記の標準形ではなく，最小分散制御を行ったときの閉ループ伝達関数の逆数に近づくことを試みた．

### 2.2.1. $N(s)$ が積分器の場合

外部信号の動特性  $N(s)$  が積分器である場合（例えばステップ状設定値変更など），最小分散コントローラを用いたときの閉ループ伝達特性  $H_{MV}(s)$  は  $V(s)$  と一致するから， $H_{MV}(s)$  の逆数は(18)式の結果から

$$\frac{1}{H_{MV}(s)} = \frac{1}{V(s)} = \frac{s}{1 - e^{-Ls}} \quad (25)$$

で表される．一方，プロセス  $P(s)$  を

$$P(s) = \tilde{P}(s) e^{-Ls} = \frac{K}{1+Ts} e^{-Ls} \quad (26)$$

とし，PID コントローラを用いたときの閉ループ伝達特性

$$\frac{1}{H_{ea}(s)} = \frac{1+PC}{\frac{1}{s}} = s \left\{ 1 + e^{-Ls} \frac{K_P K}{1+Ts} \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \right\} \quad (27)$$

を  $\frac{1}{H_{MV}}$  と比較することを考える．

(25) 式の右辺と (27) 式の右辺のそれぞれについて  $s = 0$  の周りでの Taylor 展開を行い， $s$  に関して低次の項で係数が合致するようにコントローラのチューニングを決定する．

$H_{MV}(s)$  の Taylor 展開を行う際， $s = 0$  における微係数は分子，分母とも 0 で不定となるため，極限を使用する．このとき，(25) 式の右辺を Taylor 展開すると

$$\frac{1}{H_{MV}(s)} = \frac{1}{L} + \frac{1}{2} \cdot s + \frac{L}{12} \cdot s^2 + \dots \quad (28)$$

となる．一方，(27) 式の右辺を Taylor 展開すると

$$\frac{1}{H_{ea}(s)} = \frac{K_P K}{T_I} + \left( 1 + K_P K \frac{T_I - L - T}{T_I} \right) s + K_P K \left\{ (T_D - L) + \frac{L^2}{2T_I} + \frac{T}{T_I} (L + T - T_I) \right\} s^2 + \dots \quad (29)$$

となる．ここで，上記の 2 つの式の係数を比較すると，

$$\frac{1}{L} = \frac{K_P K}{T_I} \quad (30)$$

$$\frac{1}{2} = 1 + K_P K \frac{T_I - L - T}{T_I} \quad (31)$$

$$\frac{L}{12} = K_P K \left\{ T_D - L + \frac{L^2}{2T_I} + \frac{T}{T_I} (L + T - T_I) \right\} \quad (32)$$

となる．チューニングパラメータ  $K_P$ ， $T_I$ ，および  $T_D$  に関してこの連立方程式を解くと

$$K_P = \frac{T}{KL} \left( 1 + \frac{L}{2T} \right) \quad (33)$$

$$T_I = T + \frac{L}{2} \quad (34)$$

$$T_D = \frac{6T + L}{12T + 6L} L \quad (35)$$

となる．

表 1: 二項係数標準形

次数	
1	$s + \omega_0$
2	$s^2 + 2\omega_0 s + \omega_0^2$
3	$s^3 + 3\omega_0 s^2 + 3\omega_0^2 s + \omega_0^3$
4	$s^4 + 4\omega_0 s^3 + 6\omega_0^2 s^2 + 4\omega_0^3 s + \omega_0^4$

表 2: Butterworth 標準形

次数	
1	$s + \omega_0$
2	$s^2 + 1.4\omega_0 s + \omega_0^2$
3	$s^3 + 2.0\omega_0 s^2 + 2.0\omega_0^2 s + \omega_0^3$
4	$s^4 + 2.6\omega_0 s^3 + 3.4\omega_0^2 s^2 + 2.6\omega_0^3 s + \omega_0^4$

## 2.2.2. $N(s)$ が 1 次遅れの場合

$N(s)$  が 1 次遅れの場合について同様の議論を行う。

$H_{MV}(s)$  の逆数は  $V(s)$  の逆数に等しいので (24) の結果から

$$\frac{1}{H_{MV}(s)} = \frac{T_F s + 1}{1 - a e^{-Ls}} \quad (36)$$

となる。ただし、 $a = e^{-\frac{L}{T_F}}$  とする。一方、コントローラ  $C(s)$ 、プロセス  $P(s)$  を

$$P(s) = \frac{K}{T s + 1} e^{-Ls} \quad (37)$$

$$C(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \quad (38)$$

とした場合の閉ループ伝達特性  $H_{ea}(s)$  の逆数は

$$\begin{aligned} \frac{1}{H_{ea}(s)} &= \frac{1 + P(s)C(s)}{N(s)} \\ &= (T_F s + 1) \left\{ 1 + e^{-Ls} \frac{K K_P}{T s + 1} \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \right\} \end{aligned} \quad (39)$$

となる。(39) 式を見ると  $s^{-1}$  の項が含まれているため、 $s^{-1}$  の項にかかる積分時間が無限大でない限り、すなわち積分動作は行わないものとしなない限り (39) 式の Taylor 展開は不可能である。そこで、積分時間  $T_I$  は無限大とする。

ここで、(36) 式の右边を  $s = 0$  の周りで Taylor 展開すると次式が得られる。

$$\frac{1}{H_{MV}} = \frac{1}{1-a} + \frac{1}{1-a} \left( T_F - \frac{aL}{1-a} \right) s + \frac{1}{(1-a)^2} \left\{ \frac{1+a}{2(1-a)} L - T_F \right\} s^2 + \dots \quad (40)$$

一方、(39) 式の右边を  $s = 0$  の周りで Taylor 展開すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{H_{ea}} &= 1 + K K_P + \{ T_F + K K_P (T_F + T_D - L - T) \} s \\ &\quad + K K_P \left\{ (T + L - T_F)(T - T_D) - T_F L + \frac{L^2}{2} \right\} s^2 + \dots \end{aligned} \quad (41)$$

$s$  について 0 次の係数と 1 次の係数が等しいとすると

$$\frac{1}{1-a} = 1 + K K_P \quad (42)$$

$$\frac{1}{1-a} \left( T_F - \frac{aL}{1-a} \right) = T_F + K K_P (T_F + T_D - L - T) \quad (43)$$

の 2 つの連立方程式が得られ、これを解くと

$$K_P = \frac{a}{K(1-a)} \quad (44)$$

$$T_D = T - \frac{a}{1-a} L \quad (45)$$

が得られる。このとき、 $a$  とむだ時間  $L$ 、時定数  $T$  の設定次第で微分時間が負になる可能性が十分に考えられる。また、この調整則に基づいた PD コントローラを用いた場合の閉ループ伝達特性を計算すると、複素数平面上の右半面に極が存在し制御系全体として不安定になるという結果が得られた。

部分的モデルマッチング法では  $s = 0$  の近辺での Taylor 展開を行うが、 $s = 0$  での近似を行うということは、定常状態での閉ループ伝達特性を最小分散制御の伝達特性に合わせようとすることになる。その一方で、1次遅れのインパルス応答係数はすばやく0に収束するため、高周波領域の伝達特性に大きく依存することになる。したがって、1次遅れフィルタの場合に部分的モデルマッチング法を適用することには無理があると考えられる。

### 2.2.3. プロセス入力側にステップ状外乱が混入した場合

この場合、外部信号の動特性  $N(s)$  はプロセスむだ時間を除いた項  $\tilde{P}(s)$  のステップ応答に相当する。したがって、

$$N(s) = \frac{K}{s(Ts + 1)} \quad (46)$$

とおけばよい。このときの  $W(s)$  および  $V(s)$  は前節と同様の手順に従えば次のようになる。

$$V(s) = K \frac{1 - e^{-Ls}(aTs + 1)}{s(Ts + 1)} \quad (47)$$

$$W(s) = K \frac{aTs + 1}{s(Ts + 1)} \quad (48)$$

ただし、

$$a = 1 - e^{-\frac{L}{T}} \quad (49)$$

である。 $H_{MV}(s) = V(s)$  であるから、 $H_{MV}(s)$  の逆数を  $s = 0$  の周りで Taylor 展開すると

$$\frac{K}{H_{MV}(s)} = \frac{K}{V(s)} = \frac{1}{aT + L} + \frac{aTL + \frac{1}{2}L^2}{(aT + L)^2} s + \frac{L^2}{2} \frac{[(aT)^2 + \frac{2}{3}aTL + \frac{1}{6}L^2]}{(aT + L)^3} s^2 + \dots \quad (50)$$

となる。一方、 $H_{ea}(s)$  の逆数を  $s = 0$  の周りで Taylor 展開すると

$$\frac{K}{H_{ea}(s)} = \frac{KK_P}{T_I} + \left\{ 1 + KK_P \left( 1 - \frac{L}{T_I} \right) \right\} s + \left\{ T + KK_P \left( T_D - L + \frac{L^2}{2T_I} \right) \right\} s^2 + \dots \quad (51)$$

となる。係数を比較すると

$$\frac{1}{aT + L} = \frac{KK_P}{T_I} \quad (52)$$

$$\frac{aTL + \frac{1}{2}L^2}{(aT + L)^2} = 1 + KK_P \left( 1 - \frac{L}{T_I} \right) \quad (53)$$

$$\frac{L^2}{2} \frac{[(aT)^2 + \frac{2}{3}aTL + \frac{1}{6}L^2]}{(aT + L)^3} = T + KK_P \left( T_D - L + \frac{L^2}{2T_I} \right) \quad (54)$$

であり、 $K_P$ 、 $T_I$ 、 $T_D$  に関して連立方程式を解くと

$$K_P = \frac{L^2 - 2a^2T^2}{2K(aT + L)^2} \quad (55)$$

$$T_I = \frac{L^2 - 2a^2T^2}{2(aT + L)} \quad (56)$$

$$T_D = L + \frac{L^2(a^2T^2 + \frac{2}{3}aTL + \frac{1}{6}L^2) - (aT^2 + TL + L^2)(aT + L)^2}{(L^2 - 2a^2T^2)(aT + L)} \quad (57)$$

となるが、非常に複雑であり議論は困難であると考えた。

## 2.3. チューニングパラメータの最適化

2.2. 節の結果より，部分的モデルマッチング法を用いて最小分散を実現する PID コントローラを設計することは困難であるという結果が得られた．

そこで最適化手法を用いて， $a(t)$  から  $e(t)$  への閉ループ伝達関数  $H_{ea}$  の  $H_2$  ノルム  $\|H_{ea}\|$  を最小とする PID チューニングを求めることを試みた．ただし， $\|H_{ea}\|$  を最小とする PID チューニングは外部信号の動特性  $N(s)$  に大きく依存する．したがって，ここでは連続時間系の制御系設計でよく用いられる外部信号である大きさ 1 のステップ状設定値変更と大きさ 1 のプロセス入力側ステップ状外乱に限定した．このとき， $r(t)$  の Laplace 変換  $\mathcal{L}\{r(t)\}$  は，

$$\mathcal{L}\{r(t)\} = \frac{1}{s} \quad [\text{ステップ状設定値変更}] \quad (58)$$

$$= \frac{K}{s(1+Ts)} \quad [\text{ステップ状外乱}] \quad (59)$$

である．このとき，制御偏差  $e(t)$  の Laplace 変換  $\mathcal{L}\{e(t)\}$  は

$$\mathcal{L}\{e(t)\} = H_{er}(s)\mathcal{L}\{r(t)\} \quad (60)$$

である．

### 制御偏差の Laplace 変換 $\mathcal{L}\{e(t)\}$ の $H_2$ ノルム

連続時間系での制御系設計では，通常白色雑音  $a(t)$  を仮定することはなく，外部信号  $r(t)$  を与えることが多い．このため，本節では白色雑音  $a(t)$  から制御偏差  $e(t)$  への閉ループ伝達関数ではなく，外部信号  $r(t)$  から  $e(t)$  への閉ループ伝達関数で考えていく．

ここで， $e(t)$  の Laplace 変換  $\mathcal{L}\{e(t)\}$  の  $H_2$  ノルム  $\|\mathcal{L}\{e(t)\}\|^2$  は二乗積分誤差 (ISE) になることを示す． $e(t)$  はラプラス逆変換を用いて

$$e(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H_{er}(s)\mathcal{L}\{r(t)\}\} \quad (61)$$

で表される．一方， $H_{er}(s)\mathcal{L}\{r(t)\}$  のインパルス応答を  $h_e(t)$  とすると

$$h_e(t) = \mathcal{L}^{-1}\{1 \cdot H_{er}(s)\mathcal{L}\{r(t)\}\} = \mathcal{L}^{-1}\{H_{er}(s)\mathcal{L}\{r(t)\}\} = e(t) \quad (62)$$

である．したがって， $\|\mathcal{L}\{e(t)\}\|^2$  について

$$\begin{aligned} \|\mathcal{L}\{e(t)\}\|^2 &= \|H_{er}(s)\mathcal{L}\{r(t)\}\|^2 \\ &= \int_0^\infty h_e(t)^2 dt \\ &= \int_0^\infty e(t)^2 dt \quad [ \because (62) \text{ 式より} ] \\ &= \text{ISE} \end{aligned} \quad (63)$$

が成り立ち， $\|\mathcal{L}\{e(t)\}\|^2$  は ISE に一致する．以上のことから，連続時間系の最小分散制御は ISE を最小化する制御である．

### 2.3.1. 外部信号がステップ状設定値変更の場合

ステップ状設定値変更の場合， $\mathcal{L}\{r(t)\} = \frac{1}{s}$  である．最小分散制御を行った場合の ISE を  $\text{ISE}_{MV}$  とすると，

$$\text{ISE}_{MV} = \int_0^L 1^2 dt = L \quad (64)$$

である．連続時間系における最小分散制御は，ISE を最小とする制御であるから， $\|\mathcal{L}\{e(t)\}\| = \left\| \frac{1}{s} H_{er}(s) \right\|$  を最小とすることを考えれば良い．

ところで，プロセスの動特性を特徴づけるパラメータは定常ゲイン  $K$ ，時定数  $T$  およびむだ時間  $L$  の3つである．閉ループ伝達関数  $H_{er}(s)$  の中で，定常ゲイン  $K$  は比例ゲイン  $K_P$  と必ず対になって表れるため，定常ゲインの影響は比例ゲインによって必ず打ち消すことができる．したがって，定常ゲイン  $K$  は制御性能の限界に全く影響を与えないから，制御性能の限界を評価する場合は時定数とむだ時間の影響だけを考えればよい．プロセス動特性のうち，むだ時間  $L$  を 0.1 分から 10 分の範囲で，むだ時間を時定数で割った  $L/T$  を 0.1 から 0.9 の範囲で変えながら，ISE を最小とするような PID パラメータを最適化手法を用いて探索した．ただ今回の最適化においては，プロセス  $P(s)$  の定常ゲイン  $K$  は 1 とし，むだ時間に関しては 5 次の Pade 近似を用いている．

最適化によって得られた PID チューニングを図 4 に示す．この結果から，比例ゲインは  $L/T$  のみに依存し，積分時間は  $L/T$  と  $L$  に依存し，むだ時間は概ね  $L$  に強く依存することがわかる．また，むだ時間に対して ISE をプロットした結果を図 5 に，Harris Index をプロットした結果を図 6 に示す．なお，評価基準が制御量の分散から ISE に変わっているため，連続時間系の Harris Index,  $\eta$  を次式で定義する．

$$\eta = \frac{ISE_{MV}}{ISE} \quad (65)$$

図 5 から，PID 制御で実現可能な制御性能は定常ゲインと時定数にほとんど依存せず，むだ時間にほぼ比例することがわかる．また，Harris Index の限界はおよそ 0.92 程度になるという結果が得られた．

以上の結果，ステップ状設定値変更の場合では，ISE はプロセスの定常ゲインと時定数の影響をほとんど受けず，むだ時間にほぼ比例していることがわかり，Harris Index に換算して 0.92 程度となることがわかった．

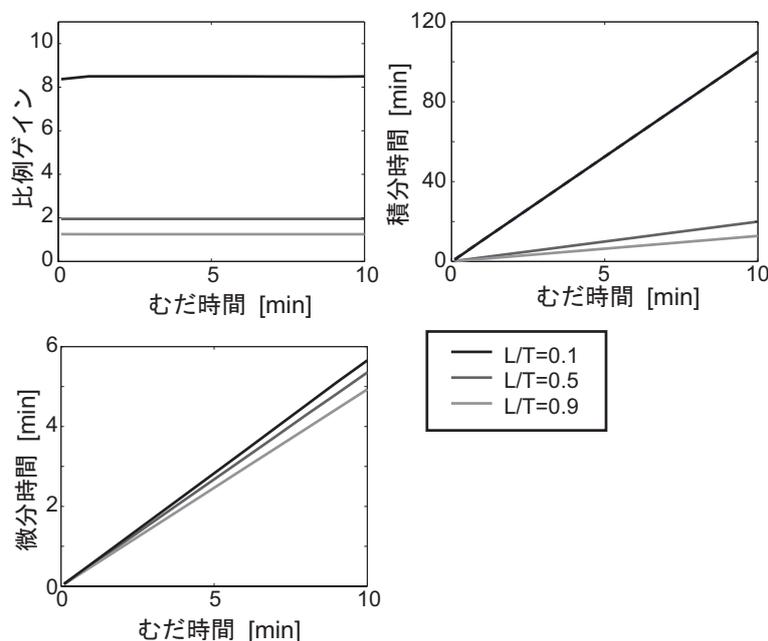


図 4: 最適化によって得られた PID チューニング (ステップ状設定値変更)

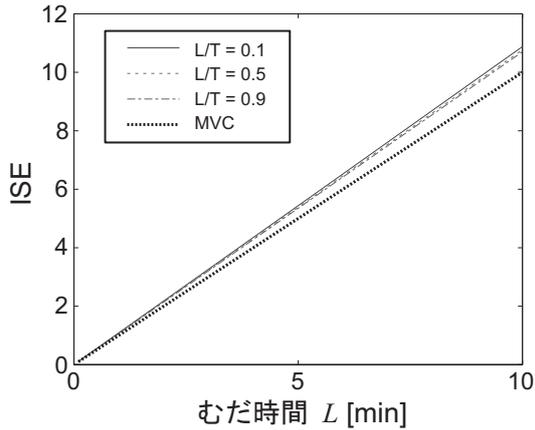


図 5: PID 制御で到達できる ISE と最小分散制御を行った場合の ISE(ステップ状設定値変更)

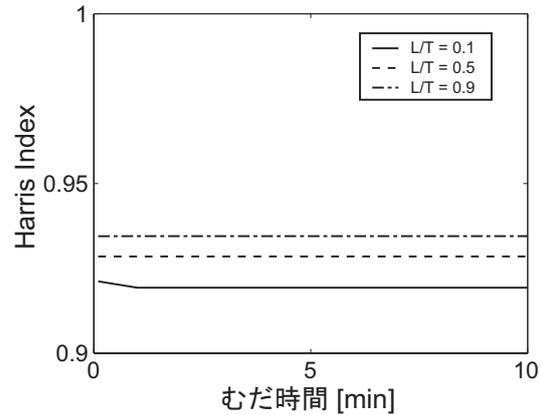


図 6: PID 制御で到達できる Harris Index の最大値 (ステップ状設定値変更)

### 2.3.1.1. ステップ状設定値変更に対する Harris Index の基準値の設定

2.3.1. 節の結果から，ステップ状設定値変更の場合は，評価基準の ISE がむだ時間のみに強く依存し，Harris Index が 0.92 程度まで達成できるという結果が得られた．

しかし，この結果はあくまでも数値計算による結果であり，理論的な裏付けが全くない．そこで，はじめに外部信号  $r(t)$  から制御偏差  $e(t)$  への閉ループ伝達関数  $H_{er}(s)$  が時定数に依存しないような PID 調整パラメータを考える．これにより，制御偏差の応答波形は時定数に依存しなくなる．このような特徴を持つ PID 調整パラメータは無数にあるが，その中から ISE を最小とすることを念頭において 1 つの調整則を選択する．選択した調整則を用いた場合の ISE を計算し，Harris Index に換算してどの程度の値が実現できるのかについて検討する．この結果から，むだ時間の情報だけからステップ状設定値変更に対して PID 制御で達成し得る ISE を与えることができ，PID で達成可能な Harris Index の基準値を与えることができる．

### 2.3.1.2. 閉ループ伝達関数からの時定数の消去

設定値  $r(t)$  から制御偏差  $e(t)$  への閉ループ伝達関数  $H_{er}(s)$  は

$$\begin{aligned}
 H_{er}(s) &= \frac{1}{1 + P(s)C(s)} \\
 &= \frac{1}{1 + e^{-Ls} \frac{KK_P}{1 + Ts} \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)} \\
 &= \frac{s}{s + e^{-Ls} \frac{KK_P}{T_I} \frac{1 + T_I s + T_I T_D s^2}{1 + Ts}}
 \end{aligned} \tag{66}$$

である． $H_{er}(s)$  から時定数の影響を打ち消すことを念頭において，

$$1 + T_I s + T_I T_D s^2 = (1 + Ts)(1 + T' s) \tag{67}$$

となるように積分時間  $T_I$  と微分時間  $T_D$  を設定する．このような  $T_I$  と  $T_D$  は以下の通りである．

$$T_I = T + T' \quad (68)$$

$$T_D = \frac{TT'}{T + T'} \quad (69)$$

(67) 式を (66) 式に代入すると

$$H_{er}(s) = \frac{s}{s + e^{-Ls} \frac{KK_P}{T_I} (1 + T's)} \quad (70)$$

となる．この結果， $K_P$  が  $\frac{T_I}{K}$  に比例するように  $K_P$  を設定すれば閉ループ伝達関数からプロセスの定常ゲイン及び時定数の影響をなくすることができる．ここでは，ステップ状設定値変更を考えるので

$$\mathcal{L}\{e(t)\} = H_{er}(s) \mathcal{L}\{r(t)\} = \frac{1}{s} H_{er}(s) \quad (71)$$

である．本来は ISE を最小化する最適化問題

$$\begin{aligned} \min_{K_P, T'} \quad & \text{ISE} = \|\mathcal{L}\{e(t)\}\|^2 \\ \text{subject to} \quad & K_P, T' > 0 \end{aligned} \quad (72)$$

を解くべきであるが，理論的な求解は困難であるため，閉ループ伝達関数がより単純な式で表されるようなチューニングを考えていく．

まず，簡単のためにむだ時間  $e^{-Ls}$  に 1 次 Pade 近似を施す．むだ時間  $e^{-Ls}$  について 1 次 Pade 近似を行った結果， $H_{er}(s)$  は

$$H_{er}(s) = \frac{s}{s + \frac{1 - \frac{L}{2}s}{1 + \frac{L}{2}s} \frac{KK_P}{T_I} (1 + T's)} \quad (73)$$

となる．(73) 式をより単純にすることを念頭において， $(1 + \frac{L}{2}s)$  の項を消去することを考え，

$$T' = \frac{L}{2} \quad (74)$$

とおく． $K_P$  に関しては多くの PID 調整則がむだ時間の逆数  $L^{-1}$  に比例していることを念頭において

$$K_P = \frac{T_I}{KL} A \quad (A > 0 \text{ は無次元の定数}) \quad (75)$$

とする．このとき， $H_{er}(s)$  は

$$H_{er}(s) = \frac{s}{\frac{A}{L} + (1 - \frac{A}{2})s} \quad (76)$$

である．この段階で，プロセスの安定性を満足するには  $A \leq 2$  であることが必要条件となる．

ここで、大きさ 1 のステップ状設定値変更が与えられた場合の ISE は

$$\begin{aligned}
 \text{ISE} &= \left\| \frac{1}{s} H_{er}(s) \right\|^2 \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\frac{A}{L} + j\omega(1 - \frac{A}{2})} \cdot \frac{1}{\frac{A}{L} - j\omega(1 - \frac{A}{2})} d\omega \quad [(8) \text{ 式より}] \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(\frac{A}{L})^2 + (1 - \frac{A}{2})^2 \omega^2} d\omega \\
 &= \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{1}{(\frac{A}{L})(1 - \frac{A}{2})} \tan^{-1} \left\{ \frac{L}{A} \left(1 - \frac{A}{2}\right) \omega \right\} \right]_{\omega=-\infty}^{\omega=\infty} \\
 &= \frac{L}{A(2 - A)} \tag{77}
 \end{aligned}$$

となり、明らかに ISE は  $A = 1$  のとき最小値  $L$  をとる。この値は最小分散制御を行ったときの ISE に一致している。

以上をまとめると、時定数に依存しないようにして、かつ ISE を小さく抑えるような PID チューニングは

$$\begin{aligned}
 K_P &= \frac{2T + L}{2KL} \\
 T_I &= T + \frac{L}{2} \\
 T_D &= \frac{TL}{2T + L}
 \end{aligned} \tag{78}$$

で与えられ、むだ時間を 1 次 Pade 近似で考えた場合には最小分散制御と同等の制御性能が得られる結果となった。

最適化によって計算された PID チューニングと提案した調整則から得られる PID チューニングはどの程度違うのかを比較するため、2.3.1. 節で求めた最適な PID チューニングと本節の PID チューニングをむだ時間に対してプロットしたものを図 7 に示す。 $\frac{L}{T} = 0.1$  における積分時間は両調整則でほぼ一致している。両調整則間で値は異なり、提案調整則の方が制御が弱いことがわかるが、むだ時間  $L$  およびパラメータ  $\frac{L}{T}$  に対する傾向は両者で一致していることがわかる。

### 2.3.1.3. 提案調整則の妥当性の考察

(78) 式で表される調整則を計算する際に、式を簡単にするためにむだ時間の Pade 近似を利用している。よって、この調整則はステップ状設定値変更に対して最小分散を与えるわけではない。そこで、ISE を計算して PID チューニングを最適化した場合の結果にどの程度近づいているかを調べると共に、制御偏差のノミナル安定性を示す。

提案調整則を適用した場合の閉ループ伝達関数  $H_{er}(s)$  は次式で表される。

$$H_{er}(s) = \frac{Ls}{Ls + e^{-Ls} (1 + \frac{L}{2}s)} \tag{79}$$

今回の調整則によって得られる閉ループ伝達関数にステップ状設定値変更を入力として与えた場合の ISE は、(8) 式と (79) 式から

$$\text{ISE} = \left\| \frac{1}{s} H_{er}(s) \right\|^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{L^2}{1 + \frac{5}{4}L^2\omega^2 + L^2\omega^2 \cos(L\omega) - 2L\omega \sin(L\omega)} d\omega \tag{80}$$

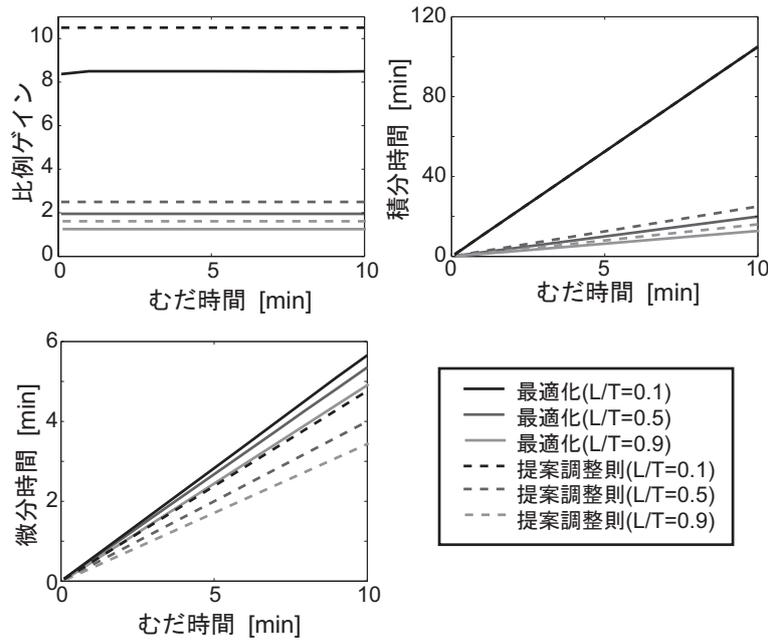


図 7: 最適化によって得られたチューニングと提案調整則の比較

となる． $L\omega = x$  とおくと， $d\omega = \frac{dx}{L}$  であるから，

$$\text{ISE} = \frac{L}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1 + \frac{5}{4}x^2 + x^2 \cos x - 2x \sin x} dx \quad (81)$$

となり，(81) 式の被積分関数は  $x$  が 100 のとき  $1.0 \times 10^{-4}$  のオーダーであり，これより 1 桁程度大きい範囲で積分すれば十分な近似になると考え， $-1000$  から  $1000$  の範囲で数値積分を行った．その結果は 7.12 となった．したがって，今回提案した調整則を適用すると，本調整則で得られた ISE はむだ時間に比例し，最小分散制御を行った場合の  $\frac{7.12}{2\pi} = 1.13$  倍，Harris Index に換算して 0.88 となることがわかった．この結果は最適化から得られた結果と 5% 程度の誤差である．また，ISE は有限であるため，制御偏差のノミナル安定性を持つことが判明した．

### 2.3.2. 外部信号がプロセス入力側ステップ状外乱の場合

本節では外部信号  $r(t)$  がプロセス入力側ステップ状外乱に相当する場合について検討を行う． $r(t)$  の Laplace 変換  $\mathcal{L}\{r(t)\}$  は

$$\mathcal{L}\{r(t)\} = \frac{K}{s(1 + Ts)} \quad (82)$$

であるから，

$$r(t) = K \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) \quad (83)$$

となる．ここで，最小分散制御を行った場合， $0 \leq t \leq L$  での  $r(t)$  の影響は打ち消すことはできないが， $t > L$  以降の  $r(t)$  の影響は完全に打ち消されるので，最小分散制御を行った場合の ISE，すなわち  $ISE_{MV}$  は

$$\begin{aligned}
 ISE_{MV} &= \int_0^L r(t)^2 dt \\
 &= K^2 \int_0^L \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)^2 dt \\
 &= K^2 \left[ t + 2Te^{-\frac{t}{T}} - \frac{T}{2}e^{-\frac{2t}{T}} \right]_{t=0}^{t=L} \\
 &= K^2 L \left\{ 1 - \frac{2}{a} (1 - e^{-a}) + \frac{1}{2a} (1 - e^{-2a}) \right\} \quad \left( a = \frac{L}{T} \text{ とする} \right) \tag{84}
 \end{aligned}$$

となる．

### 2.3.2.1. 2.3.1.2. 節の PID 調整則を用いたときの ISE と Harris Index

本節では，2.3.1.2. 節で提案した PID 調整則

$$\begin{aligned}
 C(s) &= K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \\
 K_P &= \frac{2T + L}{2KL} \\
 T_I &= T + \frac{L}{2} \\
 T_D &= \frac{TL}{2T + L}
 \end{aligned} \tag{85}$$

を用いた場合の ISE を計算し，Harris Index を求める．

プロセス入力側にステップ状外乱  $r(t)$  が混入した場合の ISE を考える． $r(t)$  から制御偏差  $e(t)$  への閉ループ伝達関数  $H_{er}(s)$  は

$$\begin{aligned}
 H_{er}(s) &= \frac{\tilde{P}(s)}{1 + P(s)C(s)} \\
 &= \frac{\frac{K}{1 + Ts}}{1 + e^{-Ls} \frac{K}{1 + Ts} \cdot K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)} \\
 &= \frac{K}{(1 + Ts) + e^{-Ls} \frac{KK_P}{T_I s} (1 + T_I s + T_I T_D s^2)} \tag{86}
 \end{aligned}$$

で表される．したがって，ISE は

$$ISE = \left\| \frac{1}{s(1 + Ts)} H_{er}(s) \right\|^2 \tag{87}$$

である．提案調整則を用いた場合，

$$\begin{aligned} \frac{1}{s(1+Ts)} H_{er}(s) &= \frac{K}{s(1+Ts) + \frac{e^{-Ls}}{L}(1+Ts)(1+\frac{L}{2}s)} \\ &= \frac{KL}{(1+Ts) \{Ls + e^{-Ls}(1+\frac{L}{2}s)\}} \end{aligned} \quad (88)$$

であるから，ISE は

$$\begin{aligned} \text{ISE} &= \left\| \frac{1}{s} H_{ed}(s) \right\|^2 \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{1}{j\omega} H_{ed}(j\omega) \right\} \left\{ \frac{1}{-j\omega} H_{ed}(-j\omega) \right\} d\omega \quad [(8) \text{ 式より}] \\ &= \frac{K^2 L^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1+jT\omega) \{jL\omega + e^{-jL\omega}(1+j\frac{L\omega}{2})\}} \cdot \frac{1}{(1-jT\omega) \{-jL\omega + e^{jL\omega}(1-j\frac{L\omega}{2})\}} d\omega \\ &= \frac{K^2 L^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1+T^2\omega^2) (1+\frac{5}{4}L^2\omega^2 + L^2\omega^2 \cos L\omega - 2L\omega \sin L\omega)} d\omega \\ &= \frac{K^2 L}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\left\{1 + \left(\frac{x}{a}\right)^2\right\} (1 + \frac{5}{4}x^2 + x^2 \cos x - 2x \sin x)} dx \quad (L\omega = x \text{ とおく}) \end{aligned} \quad (89)$$

となる．ただし， $a = \frac{L}{T}$  とする．このときの ISE を図 8 に示す．ただし，積分については-1000 から 1000 の範囲を積分した値で近似している．図 8 には比較のため，最小分散制御を行った場合の ISE も示している．最小分散制御を行った場合でも，提案調整則を用いた PID 制御でも ISE はプロセス時定数に大きく依存していることがわかる．また，提案調整則の Harris Index を図 9 に示す．Harris Index でも  $a = \frac{L}{T}$  に大きく依存し， $a$  が大きくなるほど Harris Index も大きくなる傾向が見られる．この原因は，同じむだ時間  $L$  でも， $a$  が大きくなると時定数  $T$  は小さくなり，外部信号  $r(t)$  がステップ状信号に近づくためであると考えられる．提案調整則はステップ状設定値変更に対して良好な性能を示すので， $a$  が大きくなるほど制御性能が良くなると考えられる．

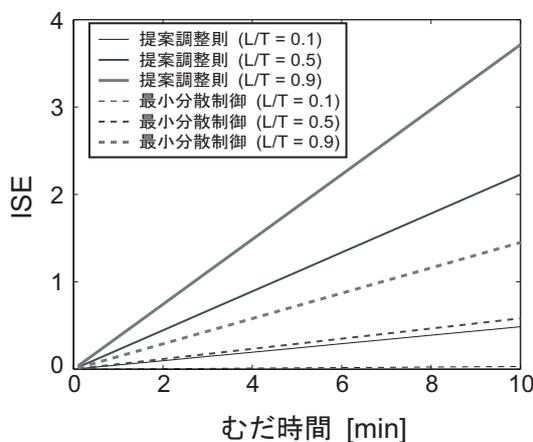


図 8: ISE の比較 (提案調整則)

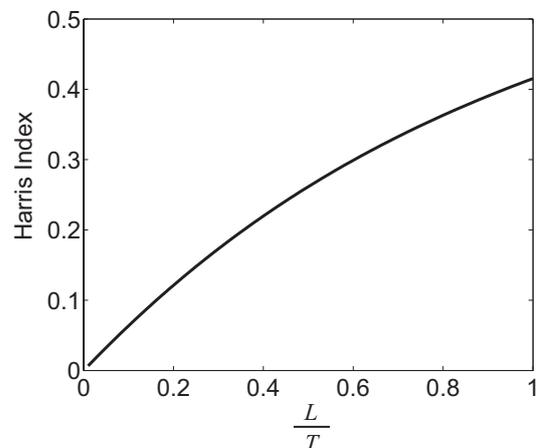


図 9: 提案調整則の Harris Index

### 2.3.2.2. PID 制御で達成可能な Harris Index の上限

前節では、提案調整則を用いた場合の Harris Index がパラメータ  $\frac{L}{T}$  に大きく依存することを示した。本節では、PID 制御が達成しうる Harris Index の限界がどの程度かを探るため、最適化問題

$$\begin{aligned} \min_{K_P, T_I, T_D} \quad & \text{ISE} \\ \text{subject to} \quad & K_P, T_I, T_D > 0 \end{aligned} \quad (90)$$

を解いて、プロセス入力側にステップ状外乱が混入した場合に PID 制御によって達成可能な ISE の最小値を求めた。ただし、むだ時間は 5 次 Pade 近似で表現している。最適化計算の結果得られた PID チューニングを図 10 に示す。なお、提案調整則とは全く異なるチューニングであるため、参考例として、プロセス入力側へのステップ状外乱に対して良好な制御性能を示す、Ziegler and Nichols のステップ応答法 (ZN 調整則) を掲載している。ZN 調整則では積分時間と微分時間はむだ時間に比例し、 $\frac{L}{T}$  には全く依存しないので、微分時間と積分時間の破線は全て重複している。

最適化によって求めた ISE の最小値を図 11 に示す。また、このときの Harris Index を図 12 に示す。Harris Index はむだ時間にほとんど依存せず、 $\frac{L}{T}$  に対してのみ変化したので、 $\frac{L}{T}$  に対してプロットしている。この結果から、ステップ状外乱の場合、PID 制御によって達成可能な Harris Index の上限はおよそ 0.3 から 0.5 程度にしかならないという結果が得られた。

### 2.3.3. プロセス入力側ステップ状外乱の一般化

これまで得られた知見から、ステップ状設定値変更に対しては Harris Index に換算して 0.9 程度の制御性能を実現できるのに対し、プロセス入力側にステップ状外乱を付加した場合は Harris Index に換算して 0.3 から 0.5 程度の制御性能しか実現できない。以上のことから、外乱信号の遅れが PID 制御の制御性能の限界に大きく寄与すると考えられる。ここでは、プロセス入力側へのステップ状外乱を一般化する。動特性および外乱の信号は以下の通りである。

$$P(s) = \tilde{P}(s)e^{-Ls} = \frac{K}{1+Ts}e^{-Ls} \quad (91)$$

$$C(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \quad (92)$$

$$\mathcal{L}\{r(t)\} = \frac{1}{s(1+T's)} \quad (93)$$

外部信号の時定数  $T'$  が 0 のときはステップ状設定値変更と同等であり、外部信号の時定数  $T'$  が  $T$  のときはプロセス入力側ステップ状外乱の混入と同等である。制御偏差  $e(t)$  の Laplace 変換  $\mathcal{L}\{e(t)\}$  は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{e(t)\} &= H_{er}(s)\mathcal{L}\{r(t)\} \\ &= \frac{1}{s(1+T's)} \frac{1}{1+P(s)C(s)} \\ &= \frac{1+Ts}{1+T's} \frac{1}{s(1+Ts) + \frac{KK_P}{T_I}(1+T_I s + T_I T_D s^2)} \end{aligned} \quad (94)$$

で与えられる。この  $H_2$  ノルムが ISE に相当する。

### 2.3.3.1. 2.3.1.2. 節の調整則を用いた場合

まず、2.3.1.2. 節の調整則

$$\begin{aligned} K_P &= \frac{2T + L}{2KL} \\ T_I &= T + \frac{L}{2} \\ T_D &= \frac{TL}{2T + L} \end{aligned} \quad (95)$$

を適用した場合の ISE について検討する．このときの  $\mathcal{L}\{e(t)\}$  は

$$\mathcal{L}\{e(t)\} = \frac{1}{(1 + T's) \{Ls + e^{-Ls} (1 + \frac{L}{2}s)\}} \quad (96)$$

となるから、ISE は

$$\begin{aligned} \text{ISE} &= \left\| \frac{1}{s} H_{ed}(s) \right\|^2 \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{1}{j\omega} H_{ed}(j\omega) \right\} \left\{ \frac{1}{-j\omega} H_{ed}(-j\omega) \right\} d\omega \quad [(8) \text{ 式より}] \\ &= \frac{L^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1 + jT'\omega) \{jL\omega + e^{-L\omega} (1 + j\frac{L\omega}{2})\}} \cdot \frac{1}{(1 - jT'\omega) \{-jL\omega + e^{L\omega} (1 - j\frac{L\omega}{2})\}} d\omega \\ &= \frac{L^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1 + T'^2\omega^2) (1 + \frac{5}{4}L^2\omega^2 + L^2\omega^2 \cos L\omega - 2L\omega \sin L\omega)} d\omega \\ &= \frac{L}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\left\{1 + \left(\frac{x}{a}\right)^2\right\} (1 + \frac{5}{4}x^2 + x^2 \cos x - 2x \sin x)} dx \quad (L\omega = x \text{ とおく}) \end{aligned} \quad (97)$$

となる．ただし、 $a = \frac{L}{T'}$  である．したがって、 $T'$  を  $T$  と置き換えれば、プロセス入力側にステップ状外乱が混入した場合と同様の結果である．

また、最小分散制御を行った場合の ISE はプロセス入力側にステップ状外乱が混入した場合の結果と全く同様に、

$$\text{ISE}_{\text{MV}} = L \left\{ 1 - \frac{2}{a} (1 - e^{-a}) + \frac{1}{2a} (1 - e^{-2a}) \right\} \quad (98)$$

であるから、Harris Index は  $a = \frac{L}{T'}$  の関数となり、プロセス時定数  $T$  を外乱の遅れの時定数  $T'$  に変更すれば、プロセス入力側にステップ状外乱が混入した場合の結果と全く同じになる．したがって、ステップ状信号を 1 次遅れフィルタに通した場合も同様に、制御性能は  $a = \frac{L}{T'}$  が小さければ、すなわち、 $T'$  が大きければ PID 制御で達成できる Harris Index の上限は低くなると考えられる．

### 2.3.3.2. ISE を最小とする PID チューニングの探索

したがって、提案調整則を用いた評価を諦め、非線形最適化問題

$$\begin{aligned} &\min_{K_P, T_I, T_D} \text{ISE} \\ &\text{subject to } K_P, T_I, T_D > 0 \end{aligned} \quad (99)$$

を解くことを考える．最適化によって得られた Harris Index を図 13、図 14、および図 15 に示す．各図を比較すると、むだ時間によって Harris Index の上下限が多少ずれているが、最適化計算中で途中で計算が打ち切ら

れているケースも幾つか見られ、正確な結果とは言いがたいため、Harris Index がむだ時間に依存しているかどうかははっきりしない。ただし、全体の傾向として、Harris Index は  $\frac{L}{T}$  に大きく依存する一方、 $\frac{L}{T}$  にほとんど依存しない結果となり、 $\frac{L}{T}$  が大きくなるほど PID 制御で達成可能な Harris Index の上限は大きくなることわかった。以上のことから、PID 制御の制御性能の限界を決定付けるのは、外部信号が持つ遅れであることがわかる。

## 2.4. 数値シミュレーション

本節では上記の考察結果を確認するため、数値シミュレーションを行ってデータを作成し、作成したデータを使って制御性能評価を行う。制御系は図 1 の制御系を用いる。 $r(t)$  はステップ状の信号である。また、

$$P(s) = \frac{1}{1+Ts} e^{-Ls} \quad (100)$$

$$C(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \quad (101)$$

とする。制御性能評価手法は FCOR 法である。なお、FCOR 法ではシステム同定手法を用いることになるが、動特性モデルは ARMA モデルを用い、次数は  $P(s)$ 、 $C(s)$ 、 $N(s)$  を離散化したものを使って閉ループ伝達関数を計算して、そのときの分子を MA 次数、分母を AR 次数にした。なお、極と零点の相殺が起きる場合にはあらかじめ約分した。

### 2.4.1. ステップ状設定値変更の場合

ステップ状設定値変更の場合は、

$$\mathcal{L}\{r(t)\} = \frac{1}{s} \quad (102)$$

である。PID チューニングは 2.3.1.2. 節の調整則

$$K_P = \frac{2T+L}{2L} \quad (103)$$

$$T_I = T + \frac{L}{2} \quad (104)$$

$$T_D = \frac{TL}{2T+L} \quad (105)$$

を適用する。 $L$  を 1 分から 10 分の間で、 $\frac{L}{T}$  を 0.1 から 1 の間でそれぞれ変化させながらシミュレーションデータを採用した。サンプリング周期は 0.5 分としている。 $L$  が 5 分のときの制御偏差データを図 16 に示す。この調整則を用いた場合、理論的には時定数  $T$  によらず制御偏差は一致するはずであるが、多少のずれが見られる。これはステップ状設定値変更が起きた時の微分動作による急激な操作量の変化が原因である。したがって、微分によるずれの影響を抑えるため、不完全微分を用いることにした。試行錯誤の結果、不完全微分の時定数は 20 秒とした。不完全微分を用いた場合の制御偏差のデータを図 17 に示す。この結果から、制御偏差は時定数にほとんど依存しなくなっていることがわかる。以降、本節で行われる連続時間系のシミュレーションにおいては、微分動作は時定数を 20 秒とした不完全微分を用いるものとする。

なお、不完全微分を用いた PID チューニング最適化の結果については 2.4.4. 節で述べる。

以上の条件の下、制御偏差のデータを発生させ、ステップ状設定値変更が起きてから 500 分間のデータ (1000 点) を採取し、制御性能の評価を行った。測定データから計算した ISE を図 18 に、Harris Index を図 19 に示す。図 20 の提案調整則は 2.3.1.2. 節の調整則を適用した場合の結果である。なお、Harris Index については、FCOR 法を用いて計算を行った。

FCOR 法で Harris Index を推定した結果と、ISE から Harris Index を計算した結果はほぼ一致している。図 19 の結果から、Harris Index がむだ時間に対して単調増加となっており、むだ時間が長い場合でも Harris Index がおよそ 0.8 と理論的な計算結果とずれている。この原因は 3 つ考えられる。1 つ目は推定した ARMA モデルの推定誤差の影響であり、2 つ目は不完全微分を使ったためである。3 つ目は、これまでの考察は連続時間系を前提としている一方、FCOR 法は離散時間系に基づいた手法であるため、連続時間系と離散時間系の性能評価結果に違いがあるものと思われる。

1 つ目の推定誤差については、AR 次数、MA 次数ともに過不足はないため、推定誤差は小さいと考えられる。また、不完全微分を用いた場合の考察結果を 2.4.4. 節で、離散時間系と連続時間系の食い違いに関する考察結果を 2.5. 節で行う。

#### 2.4.2. プロセス入力側ステップ状外乱の場合

ステップ状外乱の場合は、

$$\mathcal{L}\{r(t)\} = \frac{K}{s(1+Ts)} \quad (106)$$

である。PID チューニングは 2.3.1.2. 節の調整則

$$K_P = \frac{2T+L}{2L} \quad (107)$$

$$T_I = T + \frac{L}{2} \quad (108)$$

$$T_D = \frac{TL}{2T+L} \quad (109)$$

を適用する。以上の条件の下、制御偏差のデータを発生させ、ステップ状設定値変更が起きてから 1000 分間のデータ (2000 点) を採取し、制御性能の評価を行った。設定値変更の場合とよりもサンプリング区間を長くした理由は 500 分で設定値に収束しない場合があったためである。FCOR 法を用いた制御性能評価を行い、Harris Index を計算した。ISE を図 20 に、Harris Index を、図 21 に掲載する。図 20 の提案調整則は 2.3.1.2. 節の調整則を適用した場合の結果である。明らかに Harris Index は  $L/T$  に依存しており、高くても 0.5 以下である。したがって、PID 制御でプロセス入力側へのステップ状外乱を抑制する場合の Harris Index は設定値追従の場合に比べてかなり低い結果となることがわかる。なお、図 19 とは違い、FCOR 法からの推定結果が連続時間系の結果と大きくずれていた原因は先のステップ状設定値変更でずれが出た理由と同じであると考えられる。

#### 2.4.3. プロセス入力側ステップ状外乱の一般化

ステップ状外乱の図 1 に示した制御系について、

$$P(s) = \tilde{P}(s)e^{-Ls} = \frac{K}{1+Ts}e^{-Ls} \quad (110)$$

$$C(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \quad (111)$$

$$N(s) = \frac{1}{1+T's} \quad (112)$$

$$\mathcal{L}\{r(t)\} = \frac{1}{s(a+T's)} \quad (113)$$

と置いた場合のシミュレーションを行う。その際の PID チューニングは、2.3.3.2. 節において行った最適化の結果を適用する。むだ時間  $L$  は 1 分から 10 分の範囲で、 $\frac{L}{T}$  は 0.1 から 1 の範囲で、 $\frac{L}{T'}$  は 0.1 から 2 の範囲で

それぞれ変化させ、ステップ状設定値変更が起きてから 1000 分間のデータ (2000 点) を採取し、制御性能の評価を行った。むだ時間  $L$  が 6 分のときの制御性能評価結果を図 22 に、むだ時間  $L$  が 10 分のときの制御性能評価結果を図 23 に示す。この結果から、Harris Index はプロセスのむだ時間  $L$  と時定数  $T$  に対してはほとんど依存せず、外部信号の遅れの時定数  $T'$  に強く依存することがわかる。

#### 2.4.4. 不完全微分を用いた場合の最適化結果

前節までのシミュレーション中で微分動作による数値計算上の誤差をなくすため不完全微分を用いたが、不完全微分を用いることで達成可能な Harris Index の上限が変わってしまう可能性がある。そこで本節では、不完全微分を用いた PID 制御で達成可能な Harris Index の上限を調べた。各ブロックの動特性は以下の通りである。

$$P(s) = \tilde{P}(s)e^{-Ls} = \frac{K}{1+Ts}e^{-Ls} \quad (114)$$

$$C(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{1 + \frac{1}{3}s} \right) \quad (115)$$

$$N(s) = \frac{1}{1+T's} \quad (116)$$

$$\mathcal{L}\{r(t)\} = \frac{1}{s(a+T's)} \quad (117)$$

このときに、ISE を最小とする PID チューニングを求めた。なお、最適化の際にむだ時間は 5 次 Pade 近似を用いている。最適化の結果得られた ISE から計算した Harris Index をむだ時間  $L$  が 3 分、6 分、10 分の順に図 24、図 25、図 26 に示す。また、ステップ状設定値変更を行った場合 ( $T' = 0$ ) の結果を図 27 に示す。以上の結果と 2.3.1. 節、および 2.3.3.2. 節の最適化結果と比較すると不完全微分を用いない場合と大体同じ傾向が見られ、Harris Index 自体もあまり変わらないことがわかった。

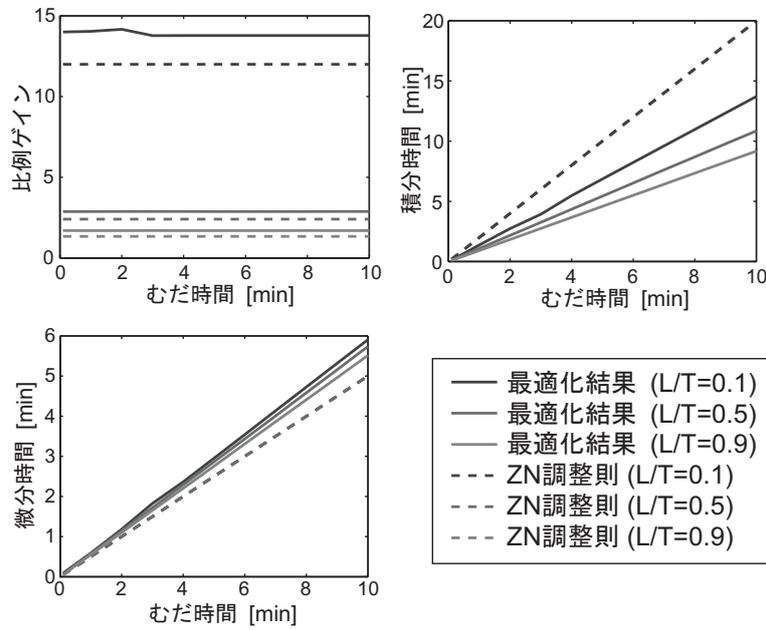


図 10: 最適化によって求めた PID 調整パラメータ

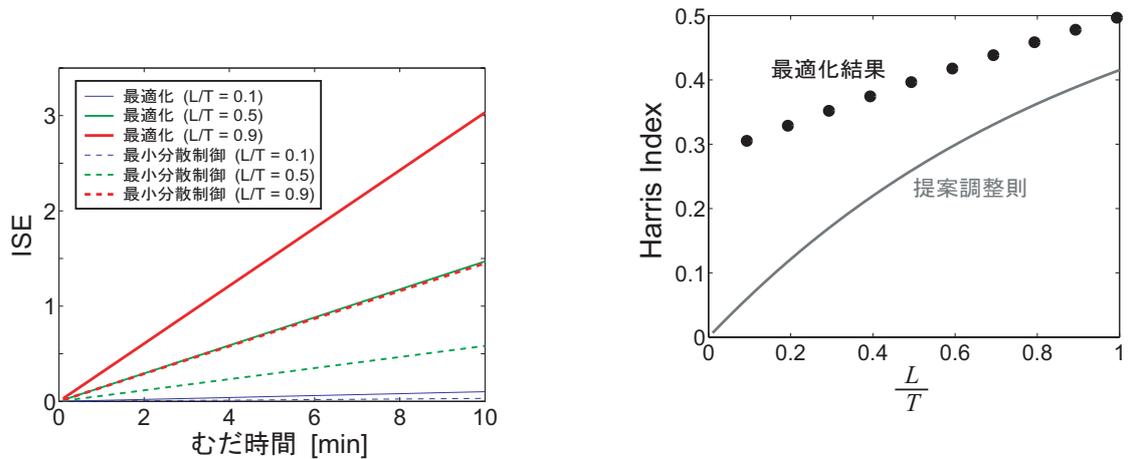


図 11: ISE の比較 (最適化結果)

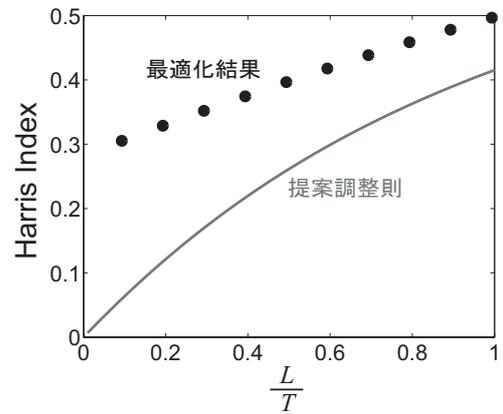


図 12: PID 制御によって達成可能な Harris Index の最大値

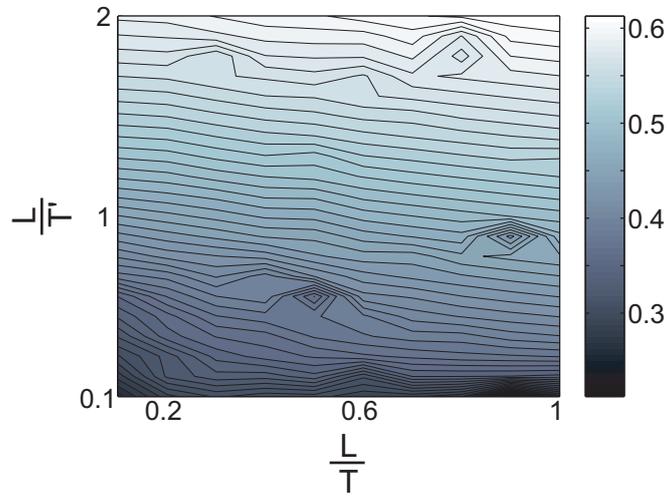


図 13: 最適化で求めた Harris Index( $L=3$  分)

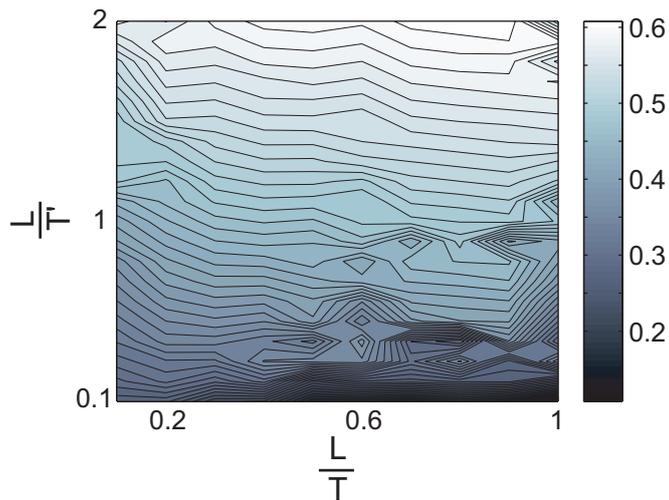


図 14: 最適化で求めた Harris Index( $L=6$  分)

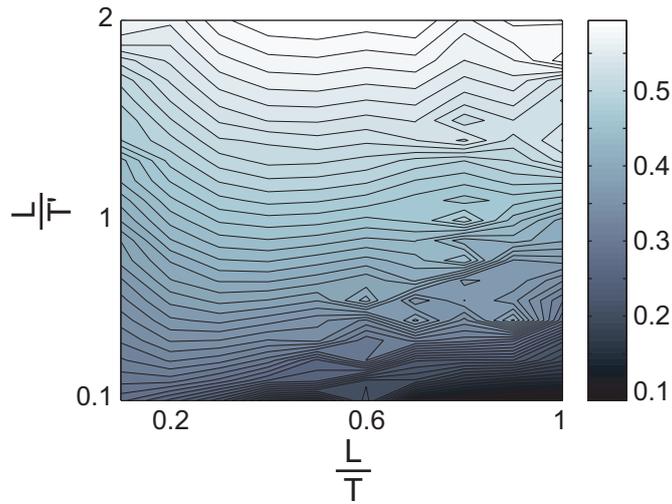


図 15: 最適化で求めた Harris Index ( $L=10$  分)

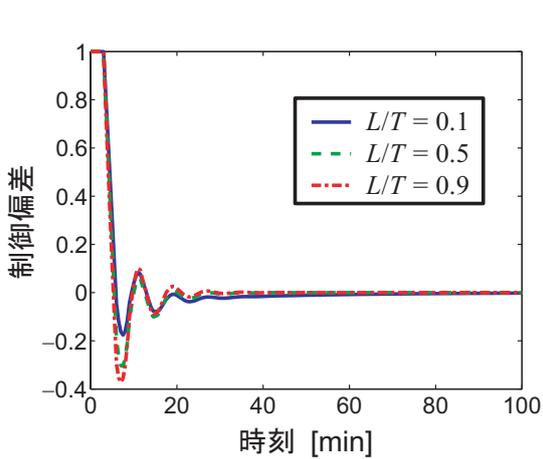


図 16: 制御偏差データ ( $L=5$  分)

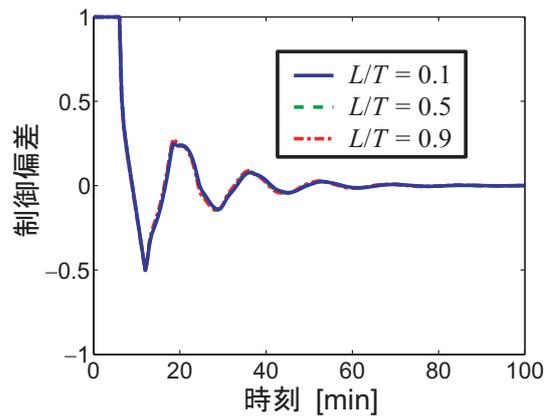


図 17: 制御偏差データ ( $L=5$  分), 不完全微分

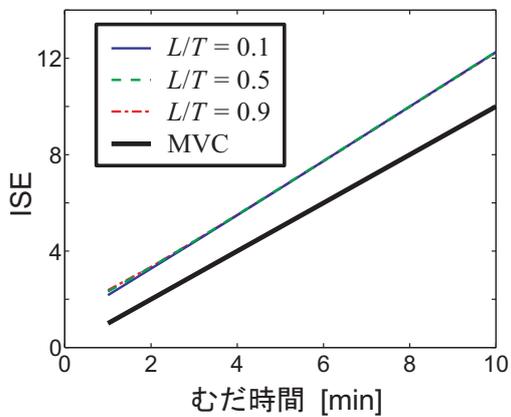


図 18: ISE(設定値変更)

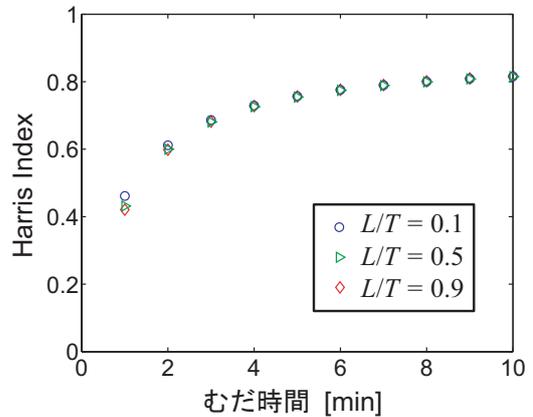


図 19: Harris Index(設定値変更)

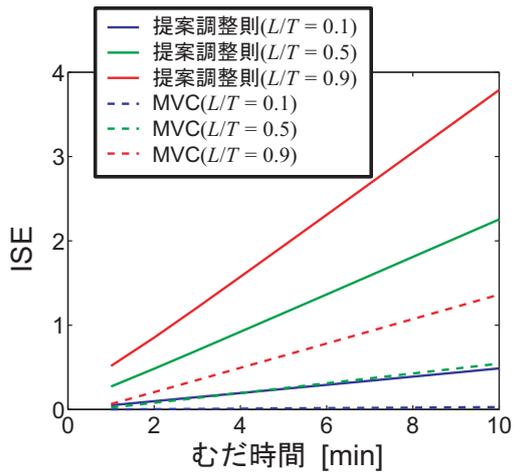


図 20: ISE(外乱混入)

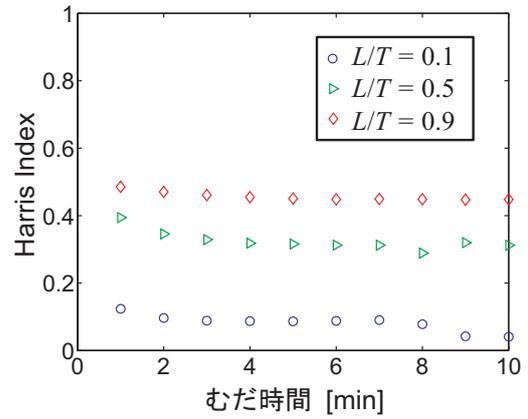


図 21: Harris Index(外乱混入)

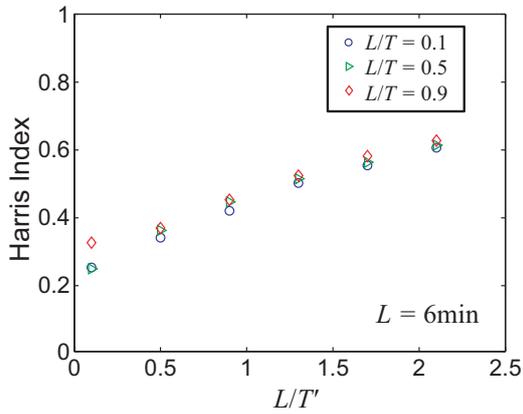


図 22: 制御性能評価結果 ( $L = 6$  分)

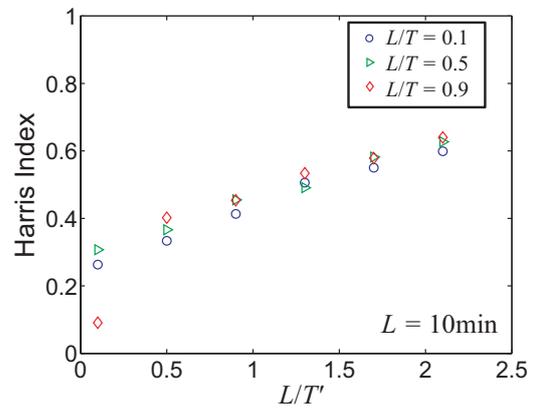


図 23: 制御性能評価結果 ( $L = 10$  分)

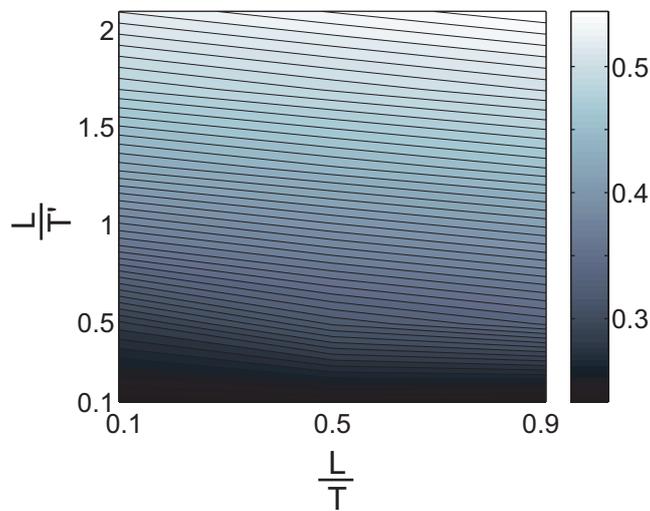


図 24: 最適化で求めた Harris Index ( $L = 3$  分, 不完全微分)

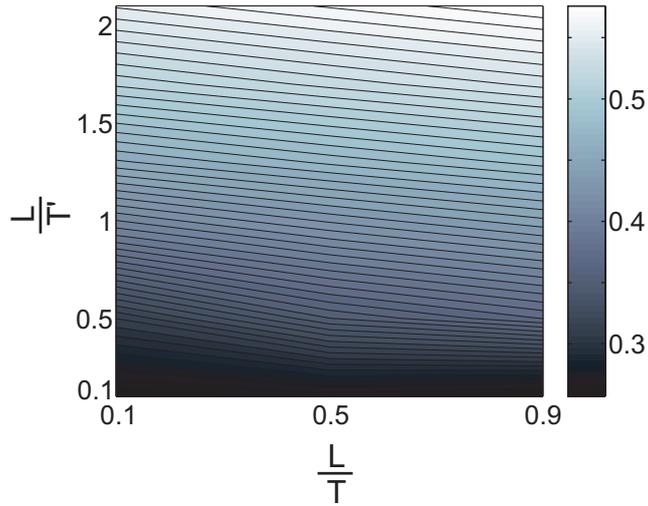


図 25: 最適化で求めた Harris Index( $L=6$  分, 不完全微分)

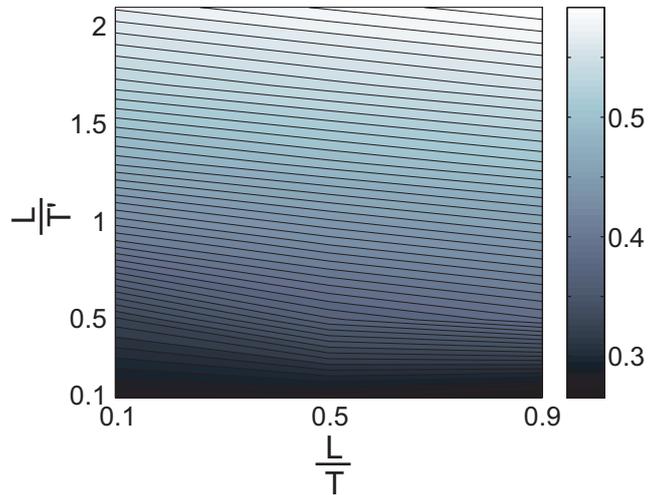


図 26: 最適化で求めた Harris Index( $L=10$  分, 不完全微分)

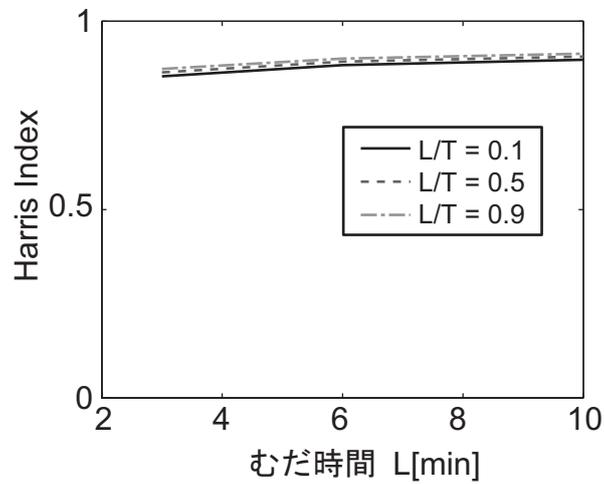


図 27: 最適化で求めた Harris Index( $T' = 0$  の場合, 不完全微分)

## 2.5. 連続時間系と離散時間系での制御性能評価の比較

PID 制御系に対して最小分散制御を行った場合の Harris Index の上限は外乱や設定値変更などの外部信号の遅れに大きく依存し、ステップ状設定値変更に対しては良好な性能を示す一方、プロセス入力側ステップ状外乱のような制御量に遅れて影響を与える場合には Harris Index の上限は小さくなるという知見が得られた。

その一方で数値シミュレーションを行った結果、連続時間系で扱った場合と、離散時間系で扱った場合の評価結果には違いが見られた。ここでは、離散時間系で扱った場合の評価結果の違いについて検討を行う。ただし、今回の検討では PID 制御系ではなく PI 制御系を用いた。この理由は 2 つあり、1 つ目は検討をより簡単にするため、2 つ目は後で行う設定値変更シミュレーションの際に微分動作により計算誤差が出るのを防ぐためである。

まず、評価の基準として、2.3.1.2. 節の PID 調整則と同様にステップ状設定値変更を行った際に制御偏差が時定数に依存しなくなるような PI 調整則を連続時間系、離散時間系の両方について考える。次にこの調整則を用いて数値シミュレーションを行い、比較を行う。

### 2.5.1. 対象制御系

対象とする制御系は図 1 に示した SISO 制御系である。離散時間系のサンプリング周期は  $T_S$  とし、むだ時間は  $L$  サンプル周期であるものとする。ただし、 $L$  は整数である。以降、連続時間系のむだ時間と区別するため、連続時間系のむだ時間は  $L_C$  で統一する。プロセス動特性  $P$  は定常ゲイン  $K$ 、時定数  $T$ 、むだ時間  $L_C$  の 1 時遅れとむだ時間で表現されるプロセスである。このとき、連続時間系のむだ時間  $L_C$  と離散時間系のむだ時間  $L$  の間には次の関係が成り立つ。

$$(L - 1)T_S \leq L_C < LT_S \quad (118)$$

コントローラは PID コントローラとする。ただし、離散時間系での微分演算子  $\Delta$  は

$$\Delta = \frac{1 - z^{-1}}{T_S} \quad (119)$$

とし、積分は  $\frac{1}{\Delta}$  とする。

### 2.5.2. ステップ状設定値変更に対して制御偏差が時定数に依存しなくなる PI 調整則

基準となる PID コントローラとしてステップ状設定値変更に対して閉ループ伝達関数が時定数に依存しなくなる PI 調整則を考える。対象とする制御系は図 1 に示した SISO 制御系で、各ブロックの伝達関数は次の通りである。離散時間系については、

- 連続時間系

$$C(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} \right) \quad (120)$$

$$P(s) = \tilde{P}(s) e^{-L_C s} = \frac{K}{1 + T s} e^{-L_C s} \quad (121)$$

$$\mathcal{L}\{r(t)\} = \frac{1}{s} \quad (122)$$

● 離散時間系

$$C(z^{-1}) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I} \frac{T_S}{1 - z^{-1}} \right) \quad (123)$$

$$P(z^{-1}) = \tilde{P}(z^{-1}) z^{-L} = \frac{K(1 - \alpha)}{1 - \alpha z^{-1}} e^{-Ls} \quad \left[ \alpha = \exp \left( -\frac{T_S}{T} \right) \right] \quad (124)$$

$$N(z^{-1}) = \frac{1}{1 - z^{-1}} \quad (125)$$

まず、連続時間系の制御偏差  $e(t)$  の Laplace 変換  $\mathcal{L}\{e(t)\}$  は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{e(t)\} &= H_{er}(s)\mathcal{L}\{r(t)\} \\ &= \frac{1}{s} \frac{1}{1 + P(s)C(s)} \\ &= \frac{1 + Ts}{s(1 + Ts) + e^{-Lcs} \frac{KK_P}{T_I} (1 + T_I s)} \end{aligned} \quad (126)$$

である。したがって、 $T_I = T$  のとき、制御偏差はプロセス時定数に依存しなくなる。このとき、(126) 式は

$$\mathcal{L}\{e(t)\} = \frac{1}{s + e^{-Lcs} \frac{KK_P}{T}} \quad (127)$$

となる。ここで、一般的な PI 調整則 (CHR 調整則など) を参考にして

$$K_P = A \frac{T}{KL_C} \quad (A > 0) \quad (128)$$

とおくと、 $\mathcal{L}\{e(t)\}$  は

$$\mathcal{L}\{e(t)\} = \frac{L_C}{L_C s + A e^{-L_C s}} \quad (129)$$

である。なお、 $e^{-Ls}$  を 1 次 Pade 近似で表現すると、(129) 式は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{e(t)\} &= \frac{L_C}{Ls + A \frac{1 - \frac{L_C}{2}s}{1 + \frac{L_C}{2}s}} \\ &= \frac{L(1 + \frac{L}{2}s)}{s(1 + \frac{L_C}{2}s) + A(1 - \frac{L_C}{2}s)} \\ &= L_C \frac{1 + \frac{L_C}{2}s}{\frac{L_C^2}{2}s^2 + (1 - \frac{A}{2})L_C s + A} \end{aligned} \quad (130)$$

となる。ノミナル安定性を満足するためには (130) 式の極が負である必要がある。この条件を満たすためには、(130) 式の分母が 2 次関数であることに着目すると、 $-(1 - \frac{A}{2}) > 0$  すなわち  $A < 2$  であれば良いことがわかる。この条件より  $0 < A < 2$  を制約とする。

ここで、ISE は  $\mathcal{L}\{e(t)\}$  の  $H_2$  ノルムの平方  $\|\mathcal{L}\{e(t)\}\|^2$  であるから、Parseval の定理

$$\text{ISE} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega)H(-j\omega)d\omega \quad (131)$$

より、

$$\begin{aligned} \|\mathcal{L}\{e(t)\}\|^2 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{L_C}{jL_C\omega + A e^{-jL_C\omega}} \frac{L_C}{-jL_C\omega + A e^{jL_C\omega}} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{L_C^2}{L_C^2\omega^2 + A^2 - 2AL_C\omega \sin(L_C\omega)} d\omega \\ &= \frac{L_C}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{A^2 + x^2 - 2Ax \sin x} dx \quad [x = L_C\omega] \end{aligned} \quad (132)$$

であるが、 $0 < A < 2$  について、(132) 式を求めると、図 28 のようになる。ただし、実際には積分の範囲を  $-10000$  から  $10000$  にしている。なお、拡大図を図 29 に示す。図 29 の結果から、 $A = 2$  のときに最小となっているようであるが、ここでは、極小値をとる点  $a(A = 0.74)$  に注目する。このとき、 $\|e(t)\|^2 = 1.53L$  で、Harris Index に換算すると  $0.65$  となる。

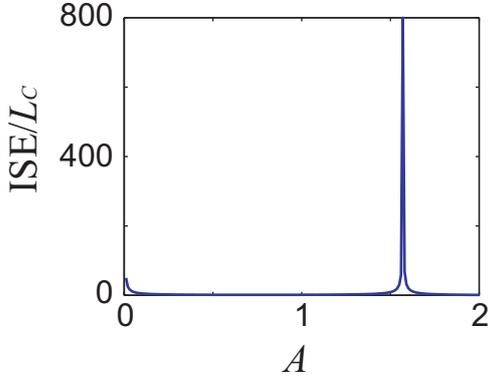


図 28: (132) 式の積分値

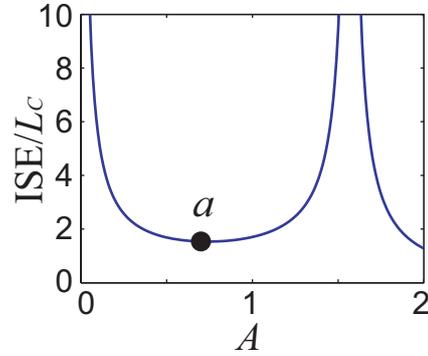


図 29: (132) 式の積分値 (拡大図)

一方、離散時間系では  $a(t)$  から  $e(t)$  への閉ループ伝達関数  $H_{ea}(z^{-1})$  が

$$\begin{aligned} H_{ea}(z^{-1}) &= \frac{N(z^{-1})}{1 + P(z^{-1})C(z^{-1})} \\ &= \frac{1}{1 + z^{-L} \frac{K(1-\alpha)}{1-\alpha z^{-1}} \cdot K_P \left(1 + \frac{1}{T_I} \frac{T_S}{1-z^{-1}}\right)} \frac{1}{1-z^{-1}} \\ &= \frac{1-\alpha z^{-1}}{(1-\alpha z^{-1})(1-z^{-1}) + z^{-L} \frac{K K_P}{T_I} (1-\alpha)(T_I + T_S - T_I z^{-1})} \end{aligned} \quad (133)$$

であるから、制御偏差が時定数に依存しなくなるようにするには、 $T_I + T_S - T_I z^{-1}$  が  $1 - \alpha z^{-1}$  で割り切れるようになれば良い。このような  $T_I$  は

$$\frac{T_I}{T_I + T_S} = \alpha \quad (134)$$

を解いて、

$$T_I = \frac{\alpha}{1-\alpha} T_S \quad (135)$$

で与えられる。この結果を適用すると、

$$H_{ea}(z^{-1}) = \frac{1}{1-z^{-1} + \frac{K K_P T_S}{T_I} z^{-L}} \quad (136)$$

となる。連続時間系の場合と同様にして、

$$K_P = A \frac{T_I}{K T_S} = A \frac{\alpha}{K(1-\alpha)} \quad (137)$$

と置けば、

$$H_{ea}(z^{-1}) = \frac{1}{1-z^{-1} + A z^{-L}} \quad (138)$$

となる。ここで制御偏差の分散について、

$$\sigma_e^2 = \|H_{ea}(z^{-1})\|^2 \sigma_a^2 \quad (139)$$

が成り立つ． $\|H_{ea}(z^{-1})\|$  は  $H_{ea}(z^{-1})$  の  $H_2$  ノルム， $\sigma_e^2$ ， $\sigma_a^2$  はそれぞれ  $e(t)$ ， $a(t)$  の分散である．制御偏差の分散を最小とするためには  $\|H_{ea}(z^{-1})\|^2$  を最小とすればよい．そこで， $\|H_{ea}(z^{-1})\|^2$  を最小とする  $A$  を最適化計算によって求めた．このときの  $A$  の値を図 30 に示す．なお，最小分散制御を行ったときは

$$\|H_{ea}(z^{-1})\|^2 = L \quad (140)$$

であるから，Harris Index， $\eta$  は

$$\eta = \frac{L}{\|H_{ea}(z^{-1})\|^2} \quad (141)$$

で表現される．最適化によって得られた  $A$  を用いたときの Harris Index を図 31 に示す．

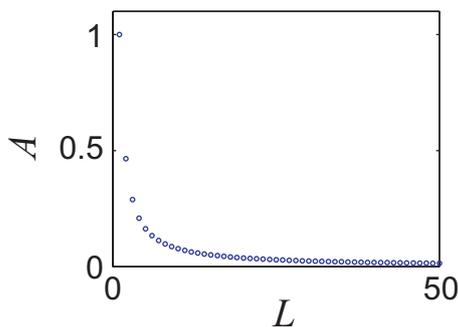


図 30:  $\|H_{ea}(z^{-1})\|^2$  を最小とする  $A$  の値

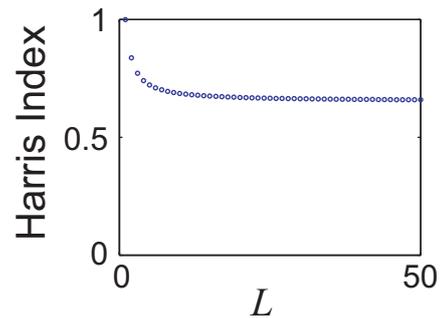


図 31: 今回用いた PI 調整則で達成可能な Harris Index の上限

$L = 1$  のときは Harris Index は 1 となり，PI 制御が最小分散制御となることがわかった．また， $L$  が増加するにつれ，Harris Index は小さくなる傾向が見られた．さらに  $L$  が大きくなれば，Harris Index は連続時間系における調整則で得られた Harris Index である 0.65 に近づいていることがわかる．

以上の結果から，全く同一の制御系に対して，連続時間系の評価と離散時間系の評価は全く異なるものであることがわかった．しかし，離散時間系においてもサンプリング周期を 0 に近づけていくことで  $L$  を大きくすれば，離散時間系の評価結果は連続時間系の評価結果に近づいていくと考えられる．

### 2.5.3. PI 制御シミュレーション

これまでの理論的な考察が成り立つかどうかをシミュレーションで確認した．対象とする制御系は図 1 に示したもので，各ブロックの設定は下記の通りである．

- 連続時間系

$$C(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} \right) \quad (142)$$

$$P(s) = \tilde{P}(s) e^{-L_C s} = \frac{K}{1 + T s} e^{-L_C s} \quad (143)$$

$$\mathcal{L}\{r(t)\} = \frac{1}{s(1 + T' s)} \quad (144)$$

- 離散時間系

$$C(z^{-1}) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I} \frac{T_S}{1 - z^{-1}} \right) \quad (145)$$

$$P(z^{-1}) = \tilde{P}(z^{-1}) z^{-L} = \frac{K(1 - \alpha)}{1 - \alpha z^{-1}} e^{-Ls} \left[ \alpha = \exp \left( -\frac{T_S}{T} \right) \right] \quad (146)$$

$$N(z^{-1}) = \frac{(1 - \alpha') z^{-1}}{(1 - \alpha' z^{-1})(1 - z^{-1})} \left[ \alpha' = \exp \left( -\frac{T_S}{T'} \right) \right] \quad (147)$$

定常ゲイン  $K$  は 1 とし，サンプリング周期  $T_S$  は 0.5 と 1 の 2 通りとする．時定数，むだ時間の設定は表 3 に示す時間を選択し，コントローラのチューニングは前節の結果を適用する．具体的には連続時間系では

$$K_P = 0.74 \frac{T}{KL} \quad (148)$$

$$T_I = T \quad (149)$$

となり，離散時間系では

$$K_P = A \frac{\alpha}{K(1 - \alpha)} \quad (150)$$

$$T_I = \frac{\alpha}{1 - \alpha} T_S \quad (151)$$

となる．なお，離散時間系の  $A$  は最適化結果を適用する．

表 3: 時定数，むだ時間の設定

変数	時間 [分]
$L_C$	1, 2, 3, $\dots$ , 10
$T$	2, 5, 10, 20, 40

むだ時間  $L_C$  が 5 分のときの，サンプリング周期  $T_S$  が 0.5 分のときの制御偏差の波形を図 32 に， $T_S$  が 1.0 分のときの制御偏差の波形を図 33 にそれぞれ示す．なお，連続時間系のシミュレーション結果は，時定数に依存していないのでまとめて示している．Harris Index の計算結果を図 34 に示す．連続時間系については  $L_C, T$  に関係なく Harris Index はほぼ一定値であった．一方，離散時間系の Harris Index は  $T$  には依存しないものの， $L_C$  と  $T_S$  に大きく依存しており，離散時間系のむだ時間  $L$  が大きくなるほど連続時間系の Harris Index に近づくことがわかる．

以上のことから，連続時間系の評価と離散時間系の評価のずれは離散時間系でのむだ時間  $L$  に大きく左右される．具体的には  $L$  が小さいとき，すなわちサンプリング周期が長いかわた時間が短いときには離散時間系の Harris Index は連続時間系の Harris Index とは全く異なる値となるが， $L$  が大きいとき，すなわちサンプリング周期が短いかわた時間が長いときには離散時間系の Harris Index と連続時間系の Harris Index にほぼ一致することがわかった．

ステップ状設定値変更であるため，むだ時間経過までの挙動は両者とも一定である．したがって，基準となる最小分散の評価（連続時間系では ISE，離散時間系では分散）は同等と見なすことが出来る．その一方，むだ時間経過後の制御偏差の挙動を見ると，離散時間系ではサンプリング時刻以外の挙動を見ずにサンプリングの値で一定と見なしているが，連続時間系ではその間の制御量の変動も観測されている．そのため，連続時間系と離散時間系ではサンプリング間の挙動が全く異なり，Harris Index にずれが見られる．このずれはサンプリ

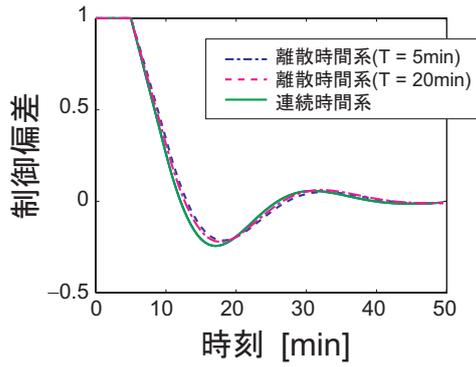


図 32:  $T_S$  が 0.5 分のときの制御偏差 ( $L_C = 5$  分)

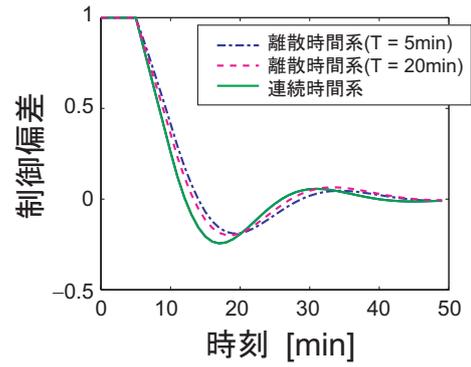


図 33:  $T_S$  が 1 分のときの制御偏差 ( $L_C = 5$  分)

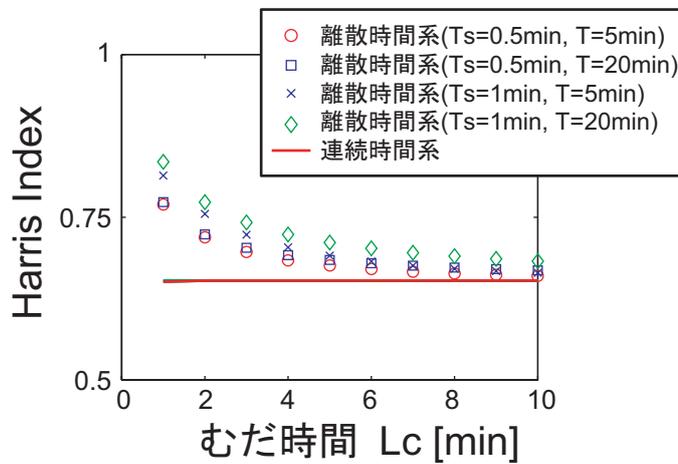


図 34: 連続時間系と離散時間系の Harris Index の比較

ング周期  $T_S$  が長くなるほど、すなわち離散時間系のむだ時間  $L$  が小さくなるほど顕著になることは明らかである。

また、連続時間系のむだ時間  $L_C$  が長くなった場合には、 $L$  も大きくなり、Harris Index のずれは小さくなるが、これは基準となる最小分散が大きくなるため、連続時間系と離散時間系間の制御偏差の ISE または分散のずれに対して Harris Index のずれが小さく見えたと考えられる。

## 2.6. 離散時間系での制御性能の限界に関する検討

前節の結果より，サンプリング周期が長い場合，あるいはむだ時間が短い場合には連続時間系で行った議論は成り立たないことがわかった．そこで本節では離散時間系のPID制御系が達成可能な制御性能について検討を行う．

### 2.6.1. 最適化による制御性能の限界の探索

はじめに，PID制御が達成できる制御性能の限界を調べるために，制御偏差の分散を最小とするようなPIDチューニングを求める最適化を行った．

#### 2.6.1.1. ステップ状設定値変更の場合

外部信号  $r(t)$  が大きさ 1 のステップ状信号の場合，外部信号の動特性を表す伝達関数  $N(z^{-1})$  は

$$N(z^{-1}) = \frac{1}{1 - z^{-1}} \quad (152)$$

で表される．ここで，白色雑音  $a(t)$  から制御偏差  $e(t)$  への閉ループ伝達関数  $H_{ea}(z^{-1})$  は，

$$\begin{aligned} H_{ea}(z^{-1}) &= \frac{N(z^{-1})}{1 + z^{-L} \tilde{P}(z^{-1}) C(z^{-1})} \\ &= \frac{\frac{1}{1 - z^{-1}}}{1 + z^{-L} \frac{K(1-\alpha)}{1-\alpha z^{-1}} \cdot K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I} \frac{T_S}{1 - z^{-1}} + T_D \frac{1 - z^{-1}}{T_S} \right)} \\ &= \frac{1 - \alpha z^{-1}}{(1 - z^{-1})(1 - \alpha z^{-1}) + \frac{K(1-\alpha)T_S}{T_I} \cdot \left\{ 1 + T_I \frac{1 - z^{-1}}{T_S} + T_I T_D \left( \frac{1 - z^{-1}}{T_S} \right)^2 \right\}} \end{aligned} \quad (153)$$

となる．

表 4: 最適化シミュレーションの設定

変数	時間 [min]
サンプリング周期 $T_S$	1
むだ時間 $L$	1, 2, 3, ..., 10
プロセス時定数 $T$	2, 5, 10, 20, 40

ここで，表 4 に示した条件でむだ時間とプロセス時定数を変えつつ， $e(t)$  の分散  $\sigma_e^2$  を最小とするようなPIDチューニングを決定する最適化問題を解いた．このときのPIDチューニングを図 35 に示す．比例ゲインはむだ時間  $L$  に対して単調減少しており，時定数  $T$  に対しては単調増加の傾向が見られる．一方，積分時間は時定数  $T$  に強く依存しており，むだ時間  $L$  にはほとんど依存しない．微分時間はむだ時間  $L$  に対して単調増加であるが，時定数  $T$  が小さい場合には  $L$  が大きくなっても最適な微分時間は大きくなりえない傾向が見られる．また，このとき得られた Harris Index を載せた結果を図 36 に示す．この結果を見ると，PID制御で達成可能な Harris Index の上限は時定数に関係なくほぼ 0.9 以上を実現しており，連続時間系の考察結果と同様，PID制御でも非常に高い制御性能が得られる．

なお， $L$  が 1 の場合に Harris Index が 1 となる理由は 2.6.2. 節で述べる．

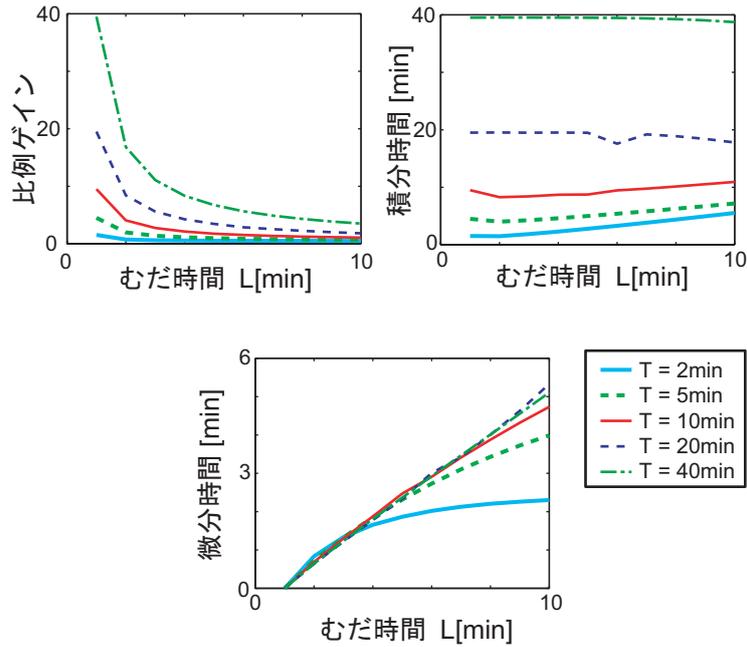


図 35: 制御偏差の分散を最小に抑える PID チューニング (ステップ状設定値変更)

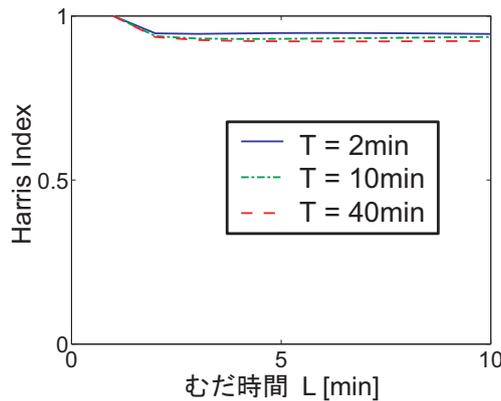


図 36: PID 制御によって得られる制御性能の限界 (ステップ状設定値変更)

### 2.6.1.2. プロセス入力側ステップ状外乱の場合

同様に、プロセス入力側ステップ状外乱についても  $e(t)$  の分散  $\sigma_e^2$  を最小とするような PID チューニングを決定する最適化問題を解いた。ただし、プロセス入力側ステップ状外乱をより一般化して、外部信号の時定数  $T'$  とプロセス時定数  $T$  を独立に設定している。 $T = T'$  を満たす場合がプロセス入力側ステップ状外乱に相当する。

対象とする制御系は図 1 に示す制御系で、各ブロックの動特性は以下の通りである。

$$P(z^{-1}) = \frac{1 - \alpha}{1 - \alpha z^{-1}} z^{-L} \quad \left[ \alpha = \exp\left(-\frac{T_S}{T}\right) \right] \quad (154)$$

$$C(z^{-1}) = K_P \left\{ 1 + \frac{T_S}{T_I} \frac{1}{1 - z^{-1}} + \frac{T_D}{T_S} (1 - z^{-1}) \right\} \quad (155)$$

$$N(z^{-1}) = \frac{(1 - \alpha')}{(1 - z^{-1})(1 - \alpha' z^{-1})} \quad \left[ \alpha' = \exp\left(-\frac{T_S}{T'}\right) \right] \quad (156)$$

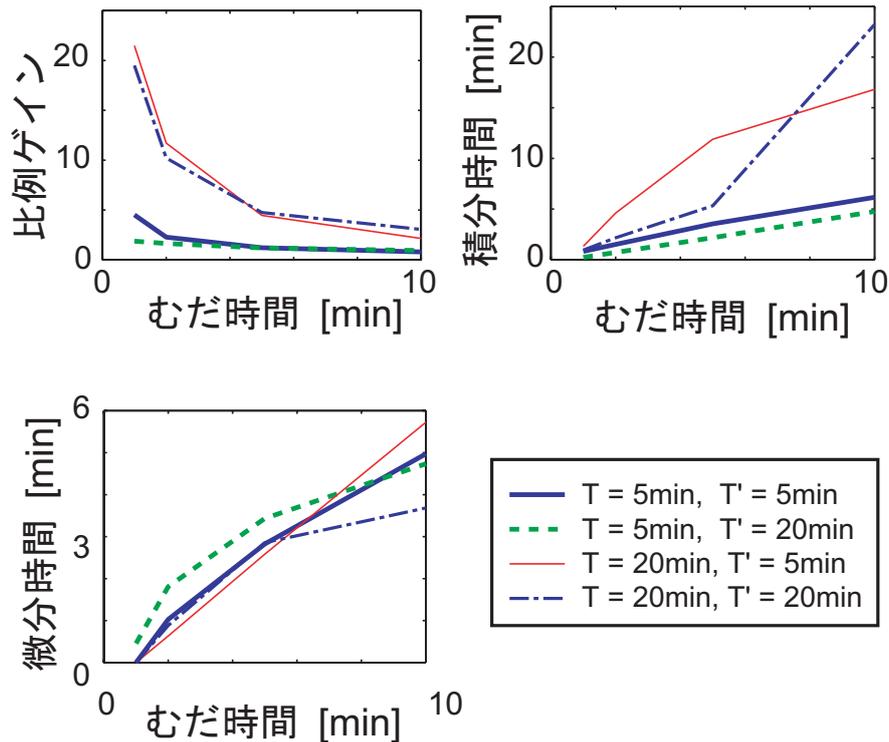


図 37: 最適化によって得られた PID チューニング (ステップ状外乱)

サンプリング周期  $T_s$  は 1 分とする．時定数，むだ時間のシミュレーションの設定条件を表 5 に示す．各変数について表 5 に記載された値の中から 1 つずつ取り出して，合計で 100 通りの最適化シミュレーションを行った．

変数	時間 [min]
むだ時間 $L_C$	0, 2, 5, 10
プロセス時定数 $T$	2, 5, 10, 20, 40
外部信号の時定数 $T'$	2, 5, 10, 20, 40

最適化の結果得られた PID チューニングを図 37  $L$  に対して Harris Index をプロットしたものを図 38 に， $T$  に対して Harris Index をプロットしたものを図 39 に， $T'$  に対して Harris Index をプロットしたものを図 40 にそれぞれ示す．これらの図から， $L = 1$  の場合は例外として， $T$  が制御性能の限界に与える影響は小さく， $L$  と  $T'$  が制御性能の限界を決定付けると考えられる．連続時間系の結果と比較すると，連続時間系での結果は Harris Index は  $\frac{L_C}{T}$  に大きく依存し， $\frac{L_C}{T}$  が大きくなるほど PID 制御で達成可能な Harris Index は大きくなるという結果を得ていた．これを踏まえて離散時間系の結果を見ると， $L = 1$  のときを除けば，同じ  $T'$  では  $L$  が大きくなるほど Harris Index の限界は大きく，同じ  $L$  では  $T'$  が小さくなるほど Harris Index の限界は大きい．したがって，離散時間系の傾向と連続時間系の傾向は概ね合致していることがわかる．

なお， $L = 1$  のときには PI 制御が最小分散制御になるため，Harris Index が 1 になった．詳細については 2.6.2. 節で述べる．

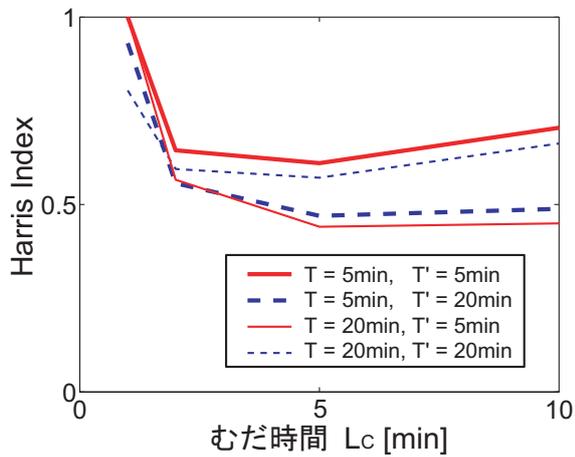


図 38:  $L$  に対する制御性能の限界 (ステップ状外乱)

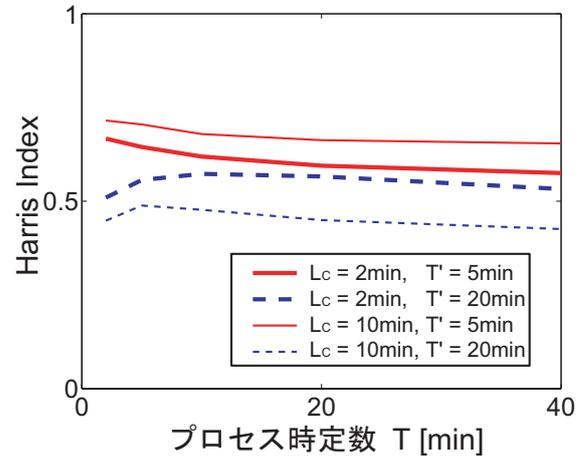


図 39:  $T$  に対する制御性能の限界 (ステップ状外乱)

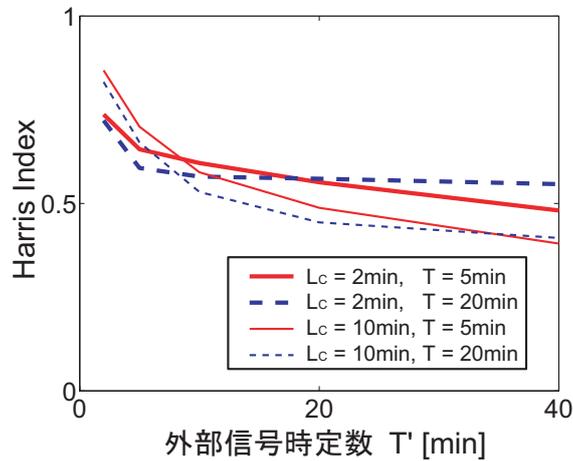


図 40:  $T'$  に対する制御性能の限界 (ステップ状外乱)

## 2.6.2. $L = 1$ のときの最小分散制御

離散時間系のむだ時間  $L$  が 1 のときに PID 制御で Harris Index が 1 となった理由について考察を行った。

### 2.6.2.1. ステップ状設定値変更の場合

外部信号の動特性  $N(z^{-1})$  が

$$N(z^{-1}) = \frac{1}{1 - z^{-1}} \quad (157)$$

のとき，

$$\begin{aligned} N(z^{-1}) &= 1 + z^{-1} + z^{-2} + \dots \\ &= 1 + z^{-1} \frac{1}{1 - z^{-1}} \\ &= V(z^{-1}) + z^{-1}W(z^{-1}) \end{aligned} \quad (158)$$

であるから，最小分散を実現するコントローラ  $C_{MV}(z^{-1})$  は (??) 式より

$$\begin{aligned} C_{MV}(z^{-1}) &= \frac{W(z^{-1})}{V(z^{-1})\tilde{P}(z^{-1})} \\ &= \frac{1}{1 - z^{-1}} \\ &= \frac{1 \cdot \frac{K(1-\alpha)}{1-\alpha z^{-1}}}{1 \cdot \frac{K(1-\alpha)}{1-\alpha z^{-1}}} \\ &= \frac{\alpha}{K(1-\alpha)} \left( 1 + \frac{1-\alpha}{\alpha T_S} \cdot \frac{T_S}{1 - z^{-1}} \right) \end{aligned} \quad (159)$$

となる。  $C_{MV}(z^{-1})$  は比例ゲイン  $K_P = \frac{\alpha}{1-\alpha}$ ，積分時間  $T_I = \frac{\alpha T_S}{1-\alpha}$  の離散時間系 PI コントローラである。したがって，  $L = 1$  の場合は PI 制御で最小分散を実現できる。

### 2.6.2.2. ステップ + 1 次遅れフィルタの設定値変更の場合

同様にしてステップ状信号が 1 次遅れフィルタを通して出てきた外部信号の動特性  $N(z^{-1})$  が

$$N(z^{-1}) = \frac{1 - \alpha'}{(1 - \alpha'z^{-1})(1 - z^{-1})} \quad \left[ \alpha' = \exp\left(-\frac{T_S}{T'}\right) \right] \quad (160)$$

のとき，

$$\begin{aligned} N(z^{-1}) &= (1 - \alpha') + (1 - \alpha'^2)z^{-1} + (1 - \alpha'^3)z^{-2} + \dots \\ &= 1 - \alpha' + (1 - \alpha')z^{-1} \frac{1 + \alpha' - \alpha'z^{-1}}{(1 - z^{-1})(1 - \alpha'z^{-1})} \\ &= V(z^{-1}) + z^{-1}W(z^{-1}) \end{aligned} \quad (161)$$

であるから，最小分散を実現するコントローラ  $C_{MV}(z^{-1})$  は (??) 式より

$$\begin{aligned} C_{MV}(z^{-1}) &= \frac{W(z^{-1})}{V(z^{-1})\tilde{P}(z^{-1})} \\ &= \frac{(1 - \alpha') \frac{1 + \alpha' - \alpha'z^{-1}}{(1 - z^{-1})(1 - \alpha'z^{-1})}}{(1 - \alpha') \cdot \frac{K(1-\alpha)}{1-\alpha z^{-1}}} \\ &= \frac{(1 + \alpha' - \alpha'z^{-1})}{K(1 - \alpha)(1 - z^{-1})} \cdot \frac{1 - \alpha z^{-1}}{1 - \alpha'z^{-1}} \end{aligned} \quad (162)$$

である．ここで， $\alpha' = \alpha$  のとき，すなわち外部信号がプロセス入力側ステップ状外乱の場合は，

$$\begin{aligned} C_{MV}(z^{-1}) &= \frac{(1 + \alpha - \alpha z^{-1})}{K(1 - \alpha)(1 - z^{-1})} \\ &= \frac{\alpha}{K(1 - \alpha)} \left( 1 + \frac{1}{\alpha T_S} \cdot \frac{T_S}{1 - z^{-1}} \right) \end{aligned} \quad (163)$$

となり，やはり PI 制御で最小分散制御を実現できる．

ただし， $\alpha' \neq \alpha$  のときは上記の考察は成り立たないので，PI 制御で最小分散を実現することはできない．また， $L > 1$  の場合は， $C_{MV}(z^{-1})$  の分母の項が  $z^{-1}$  について 2 次以上の多項式になるため，最小分散を実現するコントローラは PID 制御ではなくなる．

## 2.7. 結論

以上の結果から，連続時間系，離散時間系の両方において，PID 制御系に対して最小分散制御を基準とした制御性能評価手法を用いた場合，PID 制御によって達成可能な Harris Index の上限は外乱や設定値変更などの外部信号が持つ遅れに大きく依存し，遅れの影響が大きいくむだ時間が短いほど，すなわち  $\frac{L_C}{T}$  が小さいほど PID 制御で達成可能な Harris Index の上限は低下することがわかった．

遅れの影響が小さい場合には外部信号はステップ信号に近づくため，基準となる最小分散が大きくなり，結果として Harris Index は大きくなる．一方，遅れの影響が大きくなれば基準となる最小分散も小さくなるため，Harris Index は小さくなると考えられる．さらに，遅れの影響が大きい場合には，制御量に付加される外部信号はランプ信号に近づくため，PID 制御では対応が困難になっていくという考え方もできると考えられる．

以上の結果より，PID 制御系に対して最小分散制御を基準とした制御性能を評価する際には，Harris Index が低くなっているから調整不良であると断定できない．外部信号の遅れの影響が大きいことが原因で PID 制御で達成可能な Harris Index の上限が低い場合もあり得るからである．

## 参考文献

- [1] M. J. Grimble : Integral minimum variance control and benchmarking, *Journal of Process Control*, **14**, 177-191 (2004)
- [2] T.J. Harris : Assessment of Closed Loop Performance, *Canadian Journal of Chemical Engineering*, **67**, 856-861 (1989).

### 第3章 定性的形状解析を用いた制御性能監視

定性的形状解析を用いた制御性能監視手法についての解説と検証

執筆者

山下 善之

東北大学 大学院工学研究科化学工学専攻

### 3.1. はじめに

化学プラントの制御ループにおいて、制御性能を劣化させる原因の多くはバルブスティクションであることが知られている。Ender[1]は、ある製紙業プラントにおいて、制御ループの20%以上がバルブスティクションが原因で振動していたと報告している。

バルブスティクションを検出しようとする研究は、これまでもいくつか報告されている。例えば、Horch[2]は、被制御変数  $y(t)$  と制御信号  $u(t)$  との相互相関関数を用いて信号の位相シフトを求めることによって、検出された振動の発生原因がスティクションであるか外乱であるかを判別する手法を提案している。

Rengaswamy[3]は、定性的形状解析の手法を使って制御信号の波形を解析し、制御ループの振動の検出とその原因同定を行う手法を提案した。有力な手法ではあるが、制御信号の経時変化が三角波か方形波かといった判断だけでは、その性能には自ずと限界がある。

そこで、定性的形状解析の手法を X-Y プロットの解析にも適用できるように拡張し、バルブの入出力データの X-Y プロットを解析してスティクションを検出する方法を開発した [7]。

### 3.2. 定性的形状解析

#### 3.2.1. 1変数信号の定性的変化

1変数の信号の経時変化を定性的に記述するための一番簡単な方法は、その信号が増加傾向にあるか、減少傾向にあるか、一定であるかを記述する方法である。増加、減少、一定をそれぞれ I, D, S で記述することにすると、これらの記号列によって、時系列を定性的に記述できることになる [4]。図 1 に、これら 3 つの記号に対応する挙動を経時変化として示した。

各時点で、これらの記号を求めるには、変数の時間微分を求めれば良い。ノイズが存在しないならば、現在と一ステップ前の時点における変数の値の差分から簡単に計算できることになる。もちろん、どこまでが一定でどこからが増加かといった判定をするための閾値が必要となる。実際には、ノイズのような細かな変動を拾わないようにするために、必要に応じて適切なフィルタリングを施しておくことも重要である。

#### 3.2.2. 2変数信号の定性的挙動

2変数の経時変化を定性的に記述するためには、それぞれの変数についての定性的変化を記述する方法も考えられるが、ここでは、2変数を X-Y プロットした平面内での挙動を記述することとした。

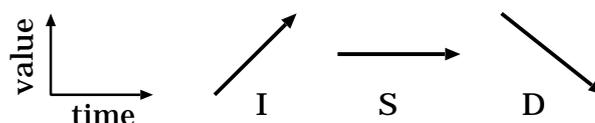
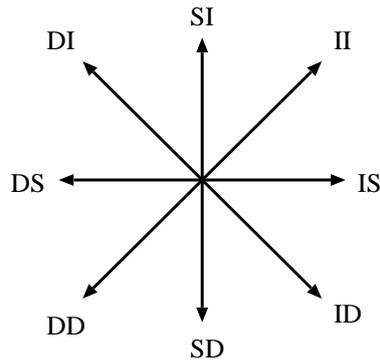


図 1: 時系列信号の経時変化の記号表現 (Increasing (I), Steady (S) and Decreasing (D))

表 1: 2 変数信号の経時変化の記号表現

$x \backslash y$	D	S	I
I	ID	IS	II
S	SD	SS	SI
D	DD	DS	DI

図 2:  $X - Y$  プロット中の定性的挙動

2 変数の定性的挙動は各変数の定性的変化の組み合わせとして表 1 のように 9 種類の記号で表現できる。それぞれの定性的な挙動を図で表すと、図 2 のようになる。ただし、SS は  $X - Y$  平面内では動かない点であるので、ここには描いていない。

これらの記号を 1 次元に並べた記号列によって、平面内の動的挙動が表現されることになる。例えば、(IS SD DS SI) によって、正方形の時計回りの動きが表される。

連続して同じ定性値が続く場合には、それらをまとめて記号の後の数字で表現することにする。例えば、(IS IS SI SI SI) は (IS<sup>2</sup> SI<sup>3</sup>) のように表現することになる。

### 3.3. バルブスティクションの検出法

#### 3.3.1. 固着検出指標

最も単純な方法は、IS と DS のパターンだけを検出する方法である。この考えに基づいて、これら 2 つのパターンの占める時間的な割合を求めると次式が得られる。

$$\rho_1 = (\tau_{IS} + \tau_{DS}) / (\tau_{\text{total}} - \tau_{SS}) \quad (1)$$

ここで、 $\tau_{\text{total}}$  は時間窓の幅を、 $\tau_{IS}$  と  $\tau_{DS}$  は、それぞれ、IS および DS のパターンの占める時間である。この値は、 $0 \leq \rho_1 \leq 1$  であり、この値の大きいということは、制御出力が変化してもバルブが動かないということであるから、バルブスティクションの発生している可能性が高いということになる。したがって、この値をバルブスティクションの検出指標として用いることができることになる。極端な場合として、バルブが全く動かない場合には、 $\rho_1 = 1$  となる。

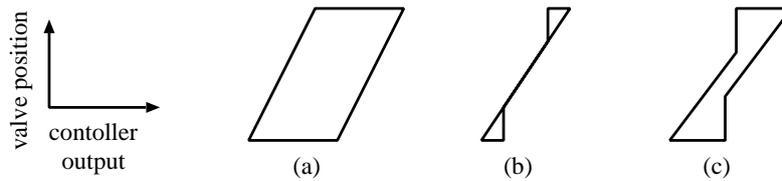


図 3: スティックション発生時の典型的なバルブ入出力挙動 ((a)deadband, (b) slip-jump (c)deadband + slip-jump )

### 3.3.2. スティックションパターン検出指標

スティックション発生時の典型的な X-Y プロットの形状は、図 3 のようになる。

そこで、上述の定性的挙動解析の手法を用いて、これらの典型的なパターンを検出することによって、スティックションを検出する手法を開発した。具体的には、IS の次に II が来るパターンと DS の次に DD が来るパターンのみを抽出し、これらのパターンの全体に占める時間的な割合をスティックションの検出指標とする。

$$\rho_2 = (\tau_{IS II} + \tau_{DS DD}) / (\tau_{total} - \tau_{SS}) \quad (2)$$

ここで  $\tau_{IS II}$  と  $\tau_{DS DD}$  はそれぞれ (IS II) また (DS DD) パターンの占める時間である。

さらに (IS SI) や (DS SD) といったパターンを加えた指標として  $\rho_3$  も定義できる。

$$\rho_3 = (\tau_{IS II} + \tau_{IS SI} + \tau_{DS DD} + \tau_{DS SD}) / (\tau_{total} - \tau_{SS}) \quad (3)$$

ここで、 $\tau_{IS SI}$  は (IS SI) パターン中での IS パターンの時間  $\tau_{DS DD}$  は (DS DD) パターン中での DS パターンの時間である。

## 3.4. 適用例

### 3.4.1. 適用データ

前節の検出方法を、住友化学工業の実プラントデータに適用し、その有効性を検証した。ここで用いた 4 つのデータは、それぞれ 1 分周期の 1440 分間のデータであり、その外観を図 4 に示した。ここで、左側の図中の実線は流量を、破線は制御出力であり、その X-Y プロットを右側に示してある。

ここで、現場での観察結果としては、ループ 1 と 3 は液面制御系、ループ 2 と 4 は流量制御系である。ループ 1 と 2 はバルブのスティックションが起っていると推察されている。ループ 3 は制御系の調整不良、スティックションでは無いと考えられている。ループ 4 は、およそ 900 分と 1150 分の辺りで外乱が混入しているデータである。

### 3.4.2. 適用結果

まず、制御出力と流量の X-Y プロットを定性的な記号列に変換した。その際、各変数の平均と標準偏差とを用いて規格化し、時間差分の標準偏差を閾値として定性的記号に変換し、制御出力と流

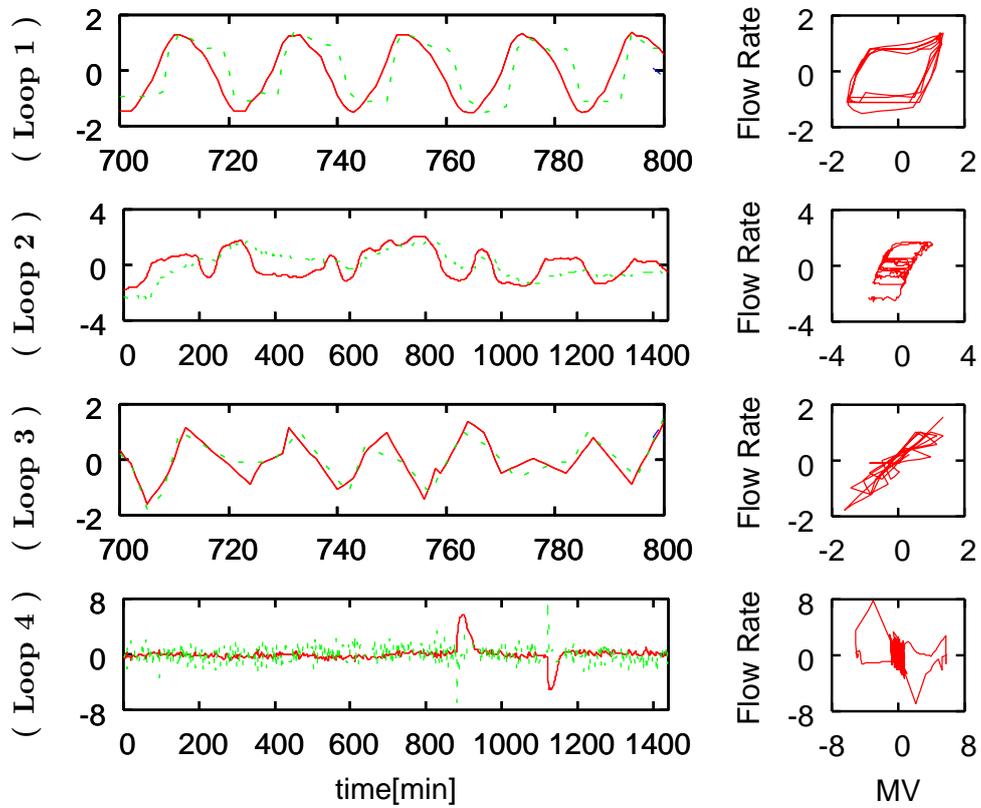


図 4: 実プラントデータ (左側図中の実践は流量, 破線は制御出力 (MV))

表 2: 制御ループの特徴と解析結果

Loop description		$\rho_1$	$\rho_2$	$\rho_3$
Loop 1: Level Control.	thought to have a valve stiction.	0.620	0.555	0.587
Loop 2: Flow Control.	thought to have a valve stiction.	0.552	0.390	0.442
Loop 3: Level Control.	thought to have a tuning problem.	0.296	0.101	0.103
Loop 4: Flow Control.	thought to have disturbances.	0.286	0.000	0.024

表 3: 定性化の際の閾値の  $\rho_3$  への影響

	$0.1\sigma$	$0.5\sigma$	$\sigma$	$1.5\sigma$	$2\sigma$
Loop 1	0.377	0.669	0.587	0.276	0.007
Loop 2	0.158	0.344	0.442	0.377	0.226
Loop 3	0.067	0.113	0.103	0.096	0.139
Loop 4	0.030	0.021	0.024	0.053	0.013

量をまとめた後、連続する定性値をまとめて記号列とした。一例として、ループ 1 の最初の 10 個の要素を示すと次のようになる。(SS1 DS4 DD1 SD2 SS3 IS3 II1 SI1 SS6 DS3)。

各データについて、変換後の記号列から IS と DS の部分を抽出して、指標  $\rho_1$  を求めた結果を表 2 にまとめた。

この結果より、ループ 1 と 2 は比較的大きな値を示しており、スティクションが起っていると判断できる。ループ 3 や 4 も比較的大きな値を示しており、この指標からはスティクションが起っていると判断されてしまうが、実際にはそうではない。

次に、抽出するパターンを限定することによって、さらに指標  $\rho_2$  を求めた結果も同じ表に示した。この指標の場合にはループ 1 と 2 でのみ大きな値となっており、ループ 3 や 4 ではあまり大きな値とはなっていない。したがって、この指標によって、外乱や制御系の調整不良を誤判定すること無く、スティクションを正しく検出することができた。

さらに、(IS SI) と (DS SD) のパターンを追加することによって指標  $\rho_3$  を求めたところ、 $\rho_2$  と良く似た傾向を示したが、スティクション発生時の指標の値が若干向上していることがわかる。

### 3.4.3. 閾値の影響

各変数を定性化する際の閾値の設定については任意性があるため、その設定によって検出指標の値がどのように変化するかを検討した。表 3 にいくつかの閾値を用いた場合の  $\rho_3$  の値の算出結果をまとめた。

この結果より、以下のようなことがわかる。すなわち、例えば  $2\sigma$  のように閾値を大きく設定しすぎると、定性値 S に分類される点が多くなり過ぎてしまい、その結果として指標も小さな値しか取らなくなってしまう。逆に  $0.1\sigma$  のように閾値を小さく設定しすぎると、ほとんどの点が S 以外に分類されるようになってしまい、その結果として、やはり指標は小さな値となってしまう。この結果を見る限りでは、おおむね  $0.5\sigma \sim 1.5\sigma$  程度の閾値であれば、比較的良好な指標が得られているよう

に見て取れる。

### 3.5. まとめ

定性的形状解析の手法を2変数の平面内の動的挙動を扱えるように拡張し、この方法を応用してバルブスティクションの検出指標を開発した。実プラントのデータに適用して検証したところ、スティクションの発生を非常に良好に検出できることが示され、外乱や制御系の調整不良とも区別できることが実証された。

### 参考文献

- [1] Ender, D. B., “Process control performances. Not as good as you think.,” *Control Engineering*, **40** (1993) 180–190.
- [2] Horch, A., “A simple method for detection of stiction in control valves,” *Control Engineering Practice*, **7** (1999) 1221–1231.
- [3] R. Rengaswamy, T. Hägglund and V. Venkatasubramanian, “A qualitative shape analysis formalism for monitoring control loop performance,” *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, **14**, 23–33 (2001)
- [4] Raghunathan Rengasamy, “A Framework for Integrating Process Monitoring, Diagnosis and Supervisory Control,” PhD Thesis, Purdue University (1995)
- [5] 中山拓, 山下善之, 松本繁, 「プロセス時系列における振動の原因同定に関する一考察」, 化学工学会第36回秋季大会講演要旨集, 仙台 (2003)
- [6] 山下善之, 久下本秀和, 加納学, 丸田浩, 「運転データを用いる調節弁固着検出法」, 化学工学会第69年会講演要旨集, 大阪 (2004)
- [7] Yoshiyuki Yamashita, “Qualitative Analysis for Detection of Stiction in Control Valves,” *Proceedings of 8-th International Conference on Knowledge-Based Intelligent Information & Engineering Systems (KES 2004)*, Wellington, September (2004)

## 第4章 高次統計量を用いた非線形性の検出

高次統計量を用いた非線形性の検出手法についての解説と検証

執筆者

橋本 芳宏

名古屋工業大学 システムマネジメント工学科

#### 4.1. 高次統計量と非線形性の関係

統計量は、データの集合の分布を論じるため、多数の観測点が必要であるので、いち早く検出するという目的には、統計量に基づく判断方法は適さないが、観測点の集合から対象の特性を解析するというような目的には利用可能であると考えられる。ここでは、高次統計量に基づく、非線形性の検出を検討する。Appendix に、高次統計量である、高次モーメント、高次キュムラント、スペクトル、バイスペクトルの定義、および正規分布のキュムラントの解説を示している。

##### 4.1.1. 動的線形システムと正規分布

###### 4.1.1.1. 線形システム

入力の分布が左右対称である場合、システムが線形であれば出力も左右対称な分布となる。しかし、システムが非線形であれば出力は左右非対称な分布となる。

微分可能な関数である場合 Taylor 展開を適用でき、線形なら 1 次の項のみ、非線形なら 2 次以上の項を持ち、線形と非線形を区別できる。

(線形システム)

$$f(x) = f(x_0) + \frac{x - x_0}{1!} * f'(x_0)$$

(非線形システム)

$$f(x) = f(x_0) + \frac{x - x_0}{1!} * f'(x_0) + \frac{(x - x_0)^2}{2!} * f''(x_0) + \dots + \frac{(x - x_0)^n}{n!} * f^{(n)}(x_0) + \dots$$

高次の項があれば、たとえ入力の分布が左右対称であっても、出力の分布は非対称になる。対称性を維持できるのは、平均値ゼロで、高次の項が奇数項のみで構成される場合に限られる。

したがって、入力の分布の対称性が確保できる場合には、出力が非対称であればシステムが非線形性であると判定できる。

###### 4.1.1.2. 大数の法則

線形の動的システムでは、出力は入力をパルス応答で重みづけした平均値として表現できる。

$$y(k) = \sum h_i u(k-i)$$

たくさんこの点でこのシステムを観測すると、この出力は平均の演算を重ねていくことになり、その場合分布は正規分布に近づく (中心極限定理)。そのため、入力が左右対称でない場合でも観測時間を長く取れば分布は正規分布に近づき、左右対称となることが期待できる。よって、動的システムでは、時定数が長く (平均をとる項の数が多く)、入力が非対称であろうが分散をもつ確率システムのような変動をしていけば、観測時間を長く (データ数を多く) とると、出力が左右対称となる。

入力が確定的で、確率システムの出力と扱えないもので、時定数も長くなければ、データ数をいくら多くとったとしても、線形系の出力が正規分布となることは保証できないが、振動源がランダムに振動していることが期待できる場合には、線形系であれば、出力の分布が正規分布に近づくと考えられるので、出力の分布が、正規分布から乖離している度合いによって、非線形性の評価をすることも考えられる。

#### 4.1.1.3. 高次統計量による正規分布からの乖離の評価

高次統計量のうちキュムラントに注目すると、一次が平均、二次が分散、三次が歪み、四次が尖りを評価する指標になっていて、正規分布では三次以上はすべてゼロとなる。そのため三次以上のキュムラント、あるいはキュムラントに基づく高次統計量を評価することにより、正規分布からの隔たりが評価できる。

#### 4.1.2. システムの持続振動と高調波成分

##### 4.1.2.1. システムの持続振動

前節では、振動源が確率的であることを想定した議論を行ったが、この節では、振動が周期的である場合を検討する。周期的振動が、外部から入力される場合、線形システムが安定であれば、過渡的には、他の周波数成分も出力に現れるが、それらは減衰し、入力の周波数成分だけが出力に残る。

システム自体が自励振動を発生する場合を考えてみる。本来システムが安定な線形系で制御系のチューニングにより、持続振動が発生したのであれば、それは限界振動であり、限界周波数のみの周波数成分になる。飽和や不感帯、バックラッシュなどの非線形性によって、持続振動が発生する場合もあるが、そのような振動の場合、基本振動の整数倍の高調波成分を伴い、波形が正弦波とは異なる。

##### 4.1.2.2. 非線形性による高調波成分の発生

飽和などは、微分可能な関数ではないが、微分可能な非線形システムでは、前述の Taylor 展開を適用でき、入力の高次の項が現れる。正弦波を2乗すると、加法定理より、周波数が2倍の振動になることがわかる。3乗すると、周波数は3倍になる、非線形システムに、正弦波信号が入ると、その高次の項が現れ、その入力成分の整数倍の高調波となる。

##### 4.1.2.3. 高次統計量による高調波成分の評価

3次統計量を2次元フーリエ変換して得られるバイスペクトルの場合、片方の周波数が片方の倍となる2つ周波数成分が存在するか、3つの周波数成分  $f_1, f_2, f_3$  が、 $f_1 + f_2 = f_3$  の関係を満たす場合にのみ、値をもつので、持続振動でも、ひとつの周波数成分しか持たない場合や、上記の関係を満たさない周波数成分しか存在しない場合には、バイスペクトルはゼロになる。高調波成分をもつ場合には、バイスペクトルは反応するが、持たない場合には、反応しないという特性をもつので、高周波成分の検出にバイスペクトルが有効であることが期待できる。

##### 4.1.2.3.1. バイスペクトル

バイスペクトルは以下のように周波数  $f_1$ 、 $f_2$ 、 $f_1 + f_2$  のスペクトルの積で表すことができる (Appendix 2 参照)。

$$B(f_1, f_2) = X(f_1)Y(f_2)Z^*(f_1 + f_2)$$

主要周波数が  $f_1$  であるとき、 $f_1 + f_1 = f_2$ 、 $f_1 + f_2 = f_3$  で表される  $f_2$ 、 $f_3$  という周波数成分が存在すればバイスペクトルは値をもつ。これは主要周波数  $f_1$  の整数倍の周波数成分を持つことと同等であるので、バイスペクトルを評価することにより、高調波の存在を評価できる。

### 4.1.3. スケーリングの方法

#### 4.1.3.1. データ全体のスケーリング

本レポートでは、圧力、液位、流量などのデータを扱う。それぞれ、測定精度など、物理的な意味を基にしたスケーリングの方法も考えられると思うが、多くの観測点の中から、非線形性に起因した振動を検出するという目的を想定しているため、いずれの信号にも同じ基準のスケーリングを行う方が、処理をしやすいと考えた。本レポートでは、いずれの信号も、平均値ゼロ、分散1に標準化してから高次統計量の計算を行った。

#### 4.1.3.2. スペクトル密度のスケール

本レポートではFFTを用いてフーリエ変換の演算を行った。FFTの演算では、スペクトル密度を算出するので、同じで一たでも、その周波数の解像度により、演算結果が異なる。ひとつの周波数成分しかもたないデータをFFTにかけると、その振幅の(FFTのデータ長/2)倍が、その周波数を含むヒストグラムの領域の高さとして算出される。

本レポートでは、解析結果の数値から、FFTのデータ長の影響を除くため、パワースペクトルとして、FFTで算出したパワースペクトル密度を(FFTのデータ長/2)で割った値を表示している。またバイスペクトルの演算では、2次元フーリエ変換を用いているので、バイスペクトルとして、2次元FFTで算出したバイスペクトル密度を(FFTのデータ長/2)<sup>2</sup>で割った値を用いた。

## 4.2. シミュレーションによるバイスペクトルの非線形性検出能力のチェック

高次統計量によって非線形性が検出できるのかを検証するために、シミュレーションを行った。パワースペクトルの算出は自己相関関数をFFTして求め、バイスペクトルは三次相関関数を2次元FFTした。どちらの場合も、ウィンドウは用いずに、直接、FFTにより処理した。いずれの例でも、FFTのデータ長は256とした。

### 4.2.1. 高次統計量による正規分布からの乖離の評価

#### 4.2.1.1. 微分可能な非線形性の検出

非線形性システムの出力の正規分布からの乖離を高次統計量によって評価することにより、非線形性を検出できることを確かめるため、図1に示すシミュレーションを行った。

正弦波の2乗は、加法定理より2倍の周波数の信号となる。そのため、周波数特性では、2乗の項が加わると、2倍の周波数が現れるはずである。

入力としては、一様乱数と正弦波の2種類を用意した。その入力に、自乗する項を加えた場合に、その影響をいかに敏感に検出できるかを検討した。いずれの信号の発生も以下の図1のモデルを用いて $u^2$ のゲインであるGain1を変更しながら数通りの場合について行った。また正弦波では、入力がひとつの周波数成分しかないため、すべての周波数に少しはパワーを持たせるために、平均ゼロ、標準偏差0.1の正規乱数を加えた。

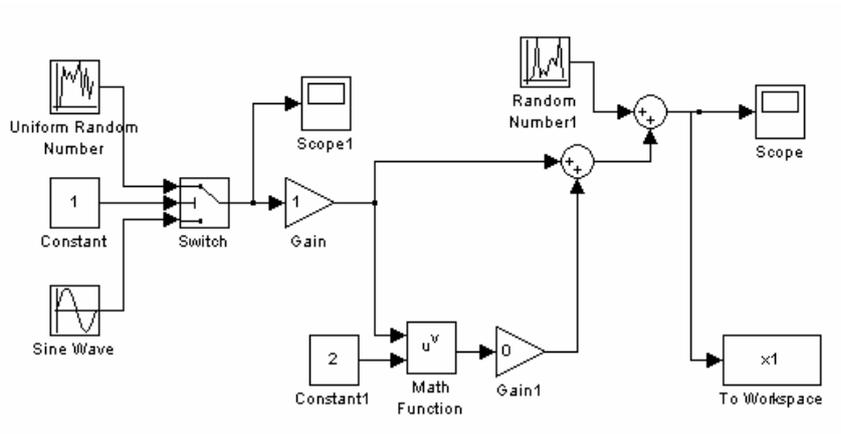


図1.  $u^2$ 検出のためのシミュレーションモデル

(一様乱数)

図1のモデルで発生源の信号は一様乱数を選択し、 $u^2$ のゲインが0、1、3の時の3通りのシミュレーションを行った。その結果を以下に示す。

Mean、Variance、Skewness、Kurtosis は発生させた信号を標準化した後の平均、分散、歪度、尖度の値である。data length は算出に利用したデータの数で、nfft はパワースペクトル算出の際のフーリエ変換、バイスペクトル算出の際の2次元フーリエ変換で使ったFFTのデータ長である。パワースペクトル、バイスペクトルはそれぞれの最大値と最大値をとる時の周波数（バイスペクトルは周波数の組）を示した。

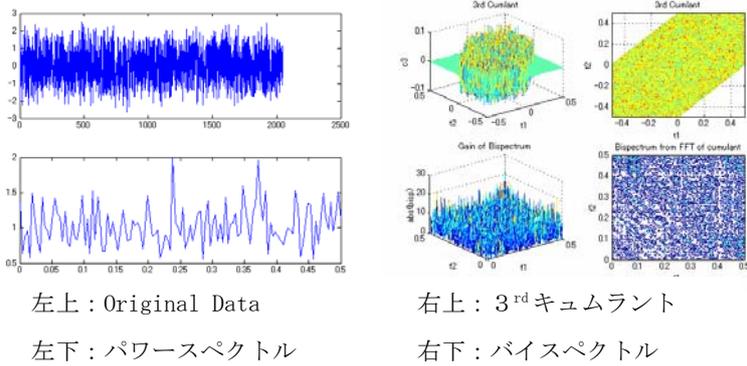
	Mean	Variance	Skewness	Kurtosis	data length
Random	-2.83E-17	0.999512	0.0321735	-0.7914	2048
random $\&u^2$ (gain=1)	4.47E-16	0.999512	0.776984	-0.144489	2048
random $\&u^2$ (gain=3)	7.03E-16	0.999512	0.941486	0.179772	2048

	nfft	power spectrum		bispectrum	
		max	f	max	(f1,f2)
Random	256	0.03105625	(0.23828)	0.001292224	(0.48438,0.48438)
random $\&u^2$ (gain=1)	256	0.035710938	(0.23828)	0.001424072	(0.0625,0.48438)
random $\&u^2$ (gain=3)	256	0.031035938	(0.23828)	0.001377039	(0.023438,0.074219)

random だけの信号の時、Skewness を見ると、0.0321735 となっているので、左右対称な分布であることがわかる。その信号に  $u^2$ のゲインを入れると、ゲインが1の時は 0.776984、ゲインが3の時は 0.941486 と、 $u^2$ のゲインが大きくなるほど分布が歪んで左右対称でなくなっていることがわかる。よって、 $u^2$ という非線形項の存在を、Skewness によって、検出できる可能性が

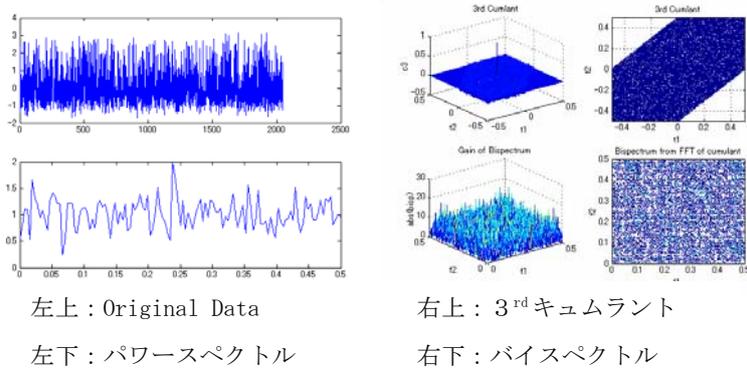
あることがわかる。またパワースペクトルを見ると、どれも周波数 0.23828 のところで最大値をとっていることが表からわかるが、図 2-1、図 2-2 のパワースペクトルの図を見ると、主要周波数がはっきりと表れていないことがわかる。このようにいくつもの周波数成分から成り立っている信号に  $u^2$  という非線形要素を入れても、各周波数成分がそれぞれその 2 倍の周波数のところでパワーを持つことを確認することはできない。

いくつもの周波数成分を持つような主要周波数がはっきりとしない信号では、一つ一つの周波数でのパワーが小さくなる。そのため、バイスペクトルにすると全ての周波数の組み合わせにおいて小さな値をとることになる。つまり、いくつもの周波数成分から成り立っている信号にはバイスペクトルによる検出は適さないといえる。



左上: Original Data                      右上: 3<sup>rd</sup> キュムラント  
 左下: パワースペクトル                右下: バイスペクトル

図 2-1. random のグラフ



左上: Original Data                      右上: 3<sup>rd</sup> キュムラント  
 左下: パワースペクトル                右下: バイスペクトル

図 2-2. random+ $u^2$  (gain=3) のグラフ

(正弦波)

図 1 のモデルで発生源の信号は正弦波を選択し、 $u^2$  のゲインが 0、1、2 の時の 3 通りのシミュレーションを行った。その結果を以下に示す。

	Mean	Variance	Skewness	Kurtosis	data length
sin	1.19E-17	0.999512	0.00411886	-1.03036	2048
sin $\wedge$ 2(gain=1)	8.11E-16	0.999512	0.642589	-0.736854	2048
sin $\wedge$ 2(gain=2)	4.50E-16	0.999512	0.684846	-0.613187	2048
sin $\wedge$ 2(gain=3)	9.59E-16	0.999512	0.522317	-0.767415	2048

	nfft	power spectrum		bispectrum	
		max	f	max	(f1,f2)
sin	256	1.691414063	(0.0625)	0.016932428	(0.0625,0.0625)
sin&u <sup>2</sup> (gain=1)	256	1.397339063	(0.0625)	0.311285437	(0.0625,0.0625)
sin&u <sup>2</sup> (gain=2)	256	0.920328125	(0.0625)	0.331032025	(0.0625,0.0625)
sin&u <sup>2</sup> (gain=3)	256	1.309389063	(0.125)	0.252415619	(0.0625,0.0625)

表の Skewness の値を見ると正弦波のみの場合はほとんど歪んでいないが、 $u^2$ を入れた場合はいずれも分布が歪んでいることがわかる。正弦波の場合も、Skewness によって、2乗の項が検出できることがわかる。

また、 $u^2$ が入った時には主要周波数の2倍の周波数にパワースペクトルを持つことが、図3-2のパワースペクトルの図から確認できる。基本の周波数が0.0625で、2乗の項で発生した信号の周波数が0.125である。

2乗の項がない場合、バイスペクトルは値を小さな値しかとらないのに、2乗の項

が存在すると、基本の周波数の組(0.0625,0.0625)で、大きな値を持つことになるので、バイスペクトルで、非線形性の検出ができる可能性があることがわかる。

しかし、乱数の計算結果のように、入力、たくさんの周波数成分を元々もっていれば、その2倍の項が発生したとしても、その検出は困難で、バイスペクトルは、非線形性の検出に適さないことがわかる。いずれの場合も、3次キュムラントである Skewness は、分布の歪という形で、非線形性の検出は可能であった。

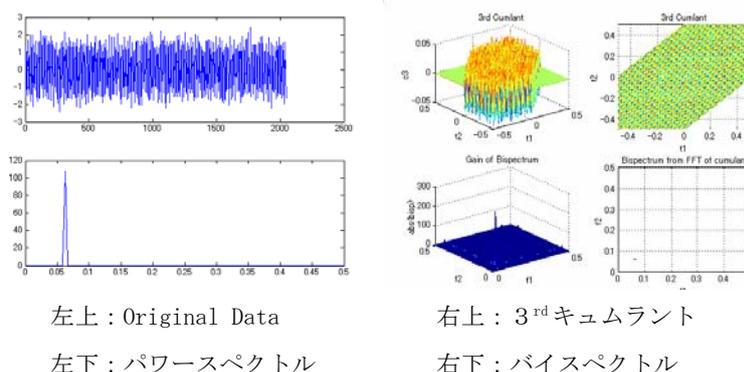


図3-1. sin のグラフ

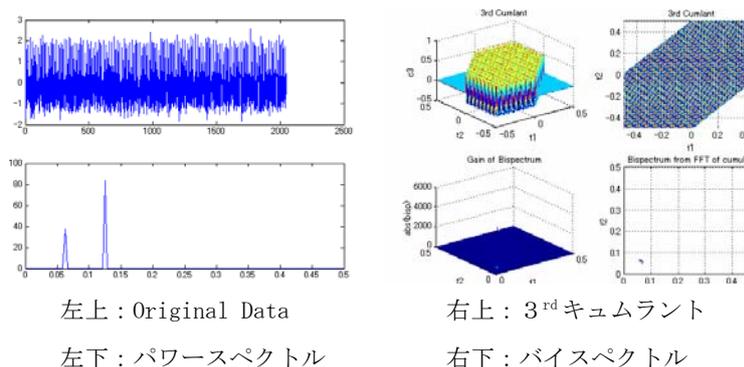


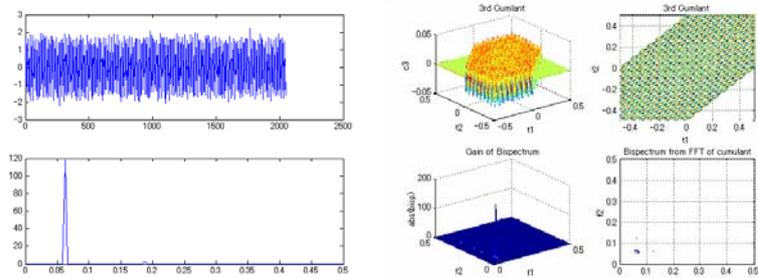
図3-2. sin+u<sup>2</sup> (gain=3) のグラフ

4.2.1.2.  $u^3$ の検出

	Mean	Variance	Skewness	Kurtosis	data length
sin	1.19E-17	0.999512	0.00411886	-1.03036	2048
$\sin \wedge 3$ (gain=1)	1.46E-17	0.999512	0.00386201	-1.02228	2048
$\sin \wedge 3$ (gain=3)	-3.64E-17	0.999512	0.0018177	-0.90615	2048

	nfft	power spectrum		bispectrum	
		max	f	max	(f1,f2)
sin	256	1.691414063	(0.0625)	0.016932428	(0.0625,0.0625)
$\sin \wedge 3$ (gain=1)	256	1.846201563	(0.0625)	0.011272552	(0.0625,0.0625)
$\sin \wedge 3$ (gain=3)	256	1.8633125	(0.0625)	0.006236188	(0.0625,0.0625)

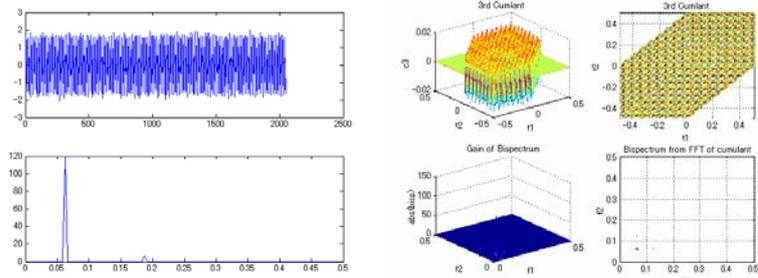
図1のシミュレーションモデルを使って  $u^3$  という非線形性が検出できるかという検証を行った。図1のモデルの  $u^2$  を  $u^3$  にし、発生源の信号は正弦波を選択した。その結果を以下に示す。正弦波のみの信号については  $u^2$  のシミュレーションに用いたものと同じである。



左上: Original Data  
 左下: パワースペクトル  
 右上: 3<sup>rd</sup> キュムラント  
 右下: バイスpekトル

図4-1.  $\sin + u^3$  (gain=1) のグラフ

表の Skewness の値をみると、 $u^3$  を入れた信号でも正弦波のみの信号の場合と同様、歪んでいない左右対称の分布になっていることがわかる。キュムラントもほぼゼロの値で一樣になっていることから、ほぼ正規分布であると考えられる。



左上: Original Data  
 左下: パワースペクトル  
 右上: 3<sup>rd</sup> キュムラント  
 右下: バイスpekトル

図4-2.  $\sin + u^3$  (gain=2) のグラフ

表のパワースペクトルのところを見ると、いずれの信号も主要周波数が 0.0625 と正弦波の周波数になっている。図4-1のパワースペクトルの図では  $u^3$  の影響で表れるはずの主要周波数の3倍の周波数のところにパワーがある様子を見ることはできないが、図4-2のパワースペクトルの図では主要周波数の3倍の周波数で少しパワーを持っていることがわかる。このことから、3次の影響は主要周波数の3倍の周波数に表れることが確認できる。バイスペクトルの値を見ると、いずれの信号もほぼゼロとみなせる値になっていて、バイスペクトルから3次の影響を確認することはできない。これはバイスペクトルの性質が、パワーを持つ周波数  $f_1$  に対して、 $f_1 + f_1 = f_2$  や  $f_1 + f_2 = f_3$  といった2倍、もしくは和となる周波数成

分を持つ場合に値を持つというものであるため、主要周波数  $0.0625$  に対して、その3倍の周波数  $0.1875$  しか持たない3次の影響のみの非線形信号では値を持つ周波数成分の組が作れないためである。よって、3次の影響のみの非線形信号を検出するのに、バイスペクトルは適さないと言える。但し、2次の項、もしくは4次の項が存在すれば、バイスペクトルの値が存在する周波数の組が存在することになり、非線形性を検出することは可能である。

### 4.2.1.3. 微分不可能な非線形性の検出

スイッチ、飽和、ヒステリシス、バックラッシュといった微分不可能非線形関数のうち、バックラッシュについて図5のようなモデルでシミュレーションを行った。

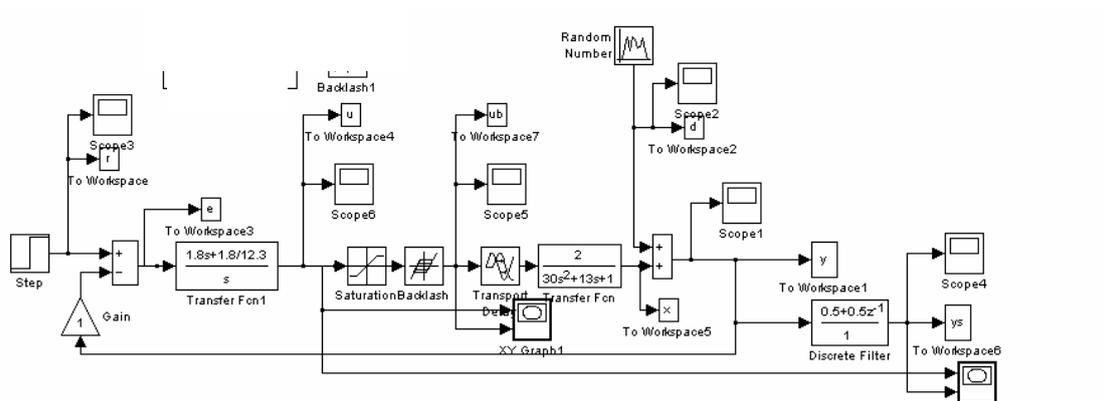


図5. バックラッシュのシミュレーションモデル

	Mean	Variance	Skewness	Kurtosis	data length
backlash	6.03E-18	0.999756	0.002524	-1.46519	4096

	nfft	power spectrum		bispectrum	
		max	f	max	(f1,f2)
backlash	256	1.824796875	(0.039063)	0.000901959	(0.039063,0.035156)

表の Skewness の値を見ると、バックラッシュの信号は歪んでいない左右対称の分布であることがわかる。キュムラントの図を見てもほぼゼロの値を一様にとっていることがわかるので、ほぼ正規分布であると考えられる。また図6

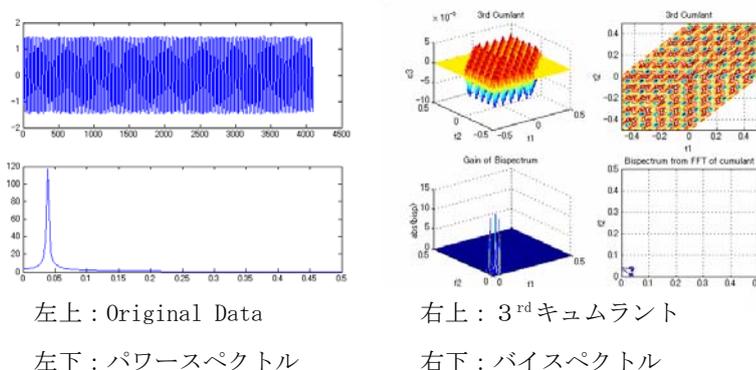


図6. backlash のグラフ

のパワースペクトルの図を見ると、主要周波数以外にピークを持つ周波数は見られないが、主要

周波数のピークの裾が広がっていることがわかる。しかし、裾の広がり主要周波数の整数倍のところまで広がっているわけではなく、主要周波数以外でピークを持たないためバイスペクトルはほぼゼロと見なせる値になっている。分布がほぼ左右対称であり、バイスペクトルが値を持たないという結果から、バックラッシュの検出にはどちらも適さないということが言える。

#### 4.2.2. 高次統計量による高調波の検出

線形システムの限界振動は、その周波数以外の成分は減衰し、単一の正弦波となると考えられるが、非線形システムの持続振動は、主要周波数成分の整数倍の周波数成分をあわせもつ振動となる。高次統計量の高調波成分の検出能力を検証する。ここでは線形システムの持続振動として正弦波、非線形出力波形を想定して三角波、矩形波、半円型の波、1/4円形の波、のこぎり刃形の波などの信号を用いてシミュレーションを行った。

	Mean	Variance	Skewness	Kurtosis	data length
Vsin	-2.15E-17	0.999512	1.79E-17	1.79E-17	2048
tr	1.22E-19	0.999512	-7.48E-19	-1.18172	2048
sq	6.51E-19	0.999512	2.17E-19	2.17E-19	2048
1/2round	3.33E-15	0.999512	-0.50821	-1.04023	2048
1/4round	-7.33E-15	0.999512	-0.47427	-1.0905	2048
nokogiri	2.17E-19	0.999512	2.21E-16	-1.14452	2048

	nfft	power spectrum		bispectrum	
		max	F	max	(f1,f2)
vsin	256	1.999023438	(0.03125)	0.002518842	(0.027344,0.0039063)
tr	256	1.9674375	(0.03125)	0.002364648	(0.027344,0.0039063)
sq	256	1.717282813	(0.03125)	0.002426892	(0.0039063,0.027344)
1/2round	256	1.8970125	(0.03125)	0.198485474	(0.03125,0.03125)
1/4round	256	1.295	(0.03125)	0.25897356	(0.03125,0.03125)
nokogiri	256	1.329542188	(0.03125)	0.284501776	(0.03125,0.03125)

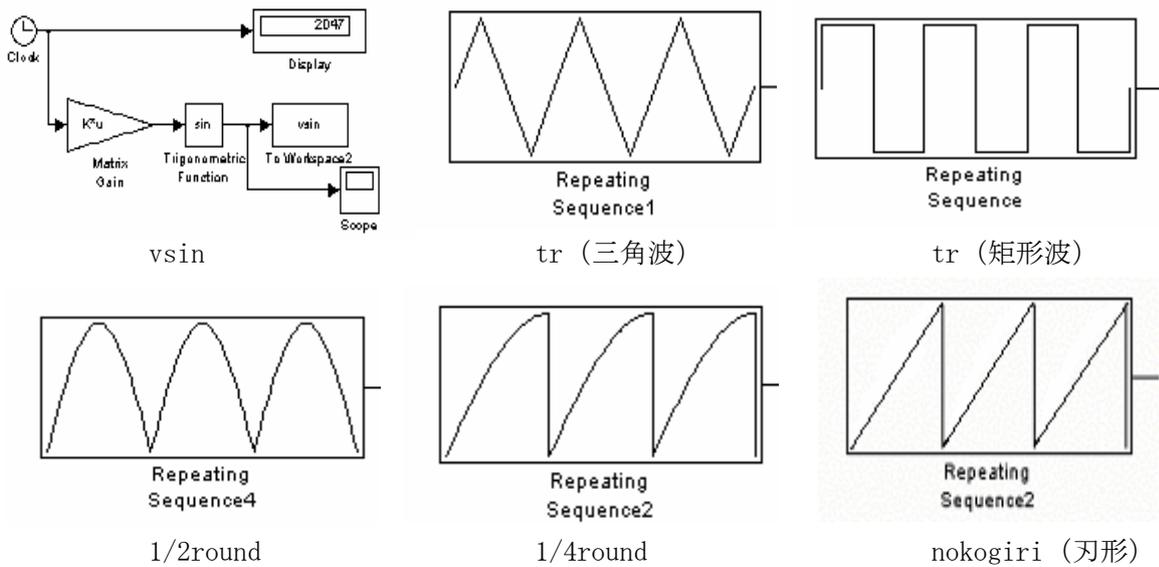


図7. それぞれの波形

ここでシミュレーションした6つの信号は全て基本周波数が 0.03125 になるように設定した。そのためどの信号を見ても主要周波数は 0.3125 になっている。

表の vsin, sq, tr の Skewness を見ると、いずれも左右対称に近い分布であることがわかる。またキュムラントも一様にほぼゼロの値となっていて、正規分布に近い分布であると言える。そして、バイスペクトルの値を見ると、sq や tr は正弦波からずれている信号であるにもかかわらず、バイスペクトルはほぼゼロという値になっていることがわかる。図8-3のパワースペクトルを見ると、主要周波数の3倍の周波数 0.09375 にはピークがあることがわかるが、2倍や4倍の周波数のところにはピークがない。そのため、3次のみの非線形性の場合と同様、パワースペクトルを見れば基本周波数の整数倍の周波数にピークがあ

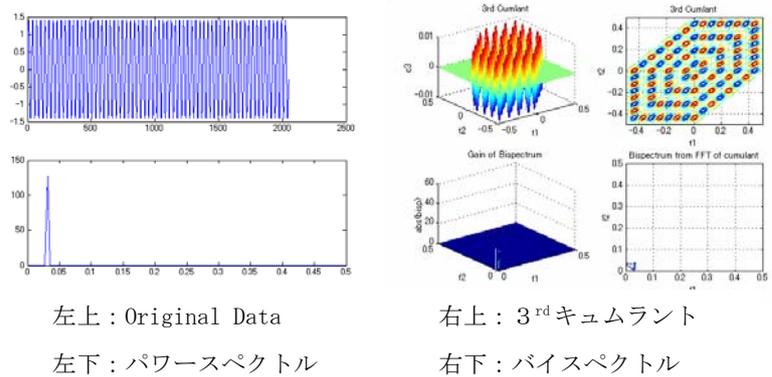


図8-1. vsin のグラフ

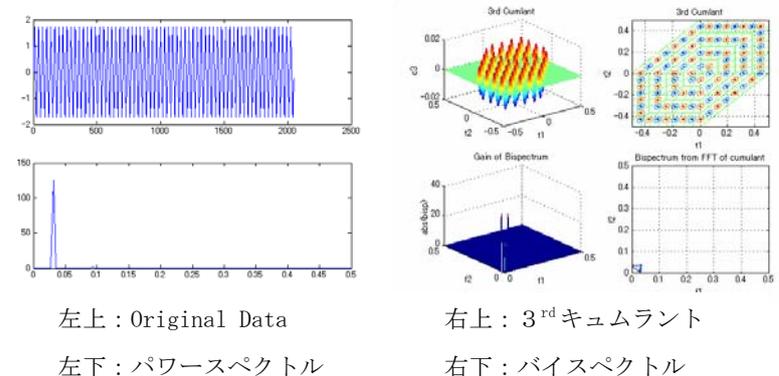


図8-2. tr (三角波) のグラフ

り、非線形であることは確認できるが、バイスペクトルで検出するには適さない非線形であると言える。

1/2round、1/4round という 2 つの信号の Skewness を見ると、いずれも歪んでいることがわかる。またバイスペクトルを見ると 0.19845474、0.25897356 と

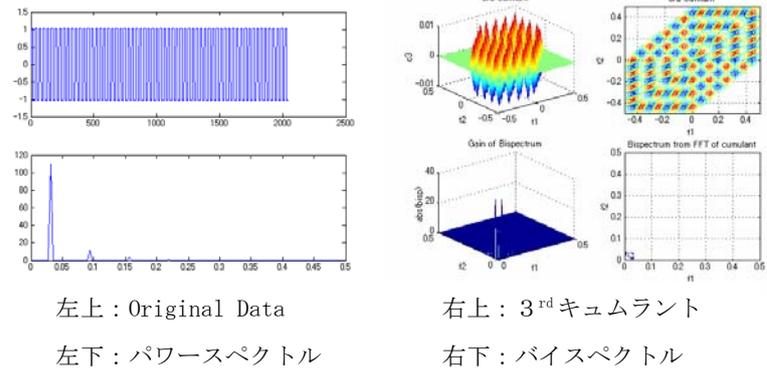


図 8-3. sq (矩形波) のグラフ

いう値を持っていてバイスペクトルから非線形であることが判断できる。図 8-4 ではよく見ることができないが、図 8-4 のパワースペクトルを見ると、基本周波数の 2 倍、3 倍、4 倍あたりまでピークがあることがわかる。また図 8-5 のバイスペクトルを見ると、等間隔に値を持つことがわかるので、パワースペクトルも基本周波数の 2 倍や 3 倍のところでわずかなピークを持っているであろうことが推測できる。このように基本周波数の 2 倍、3 倍などにピークのある信号はバイスペクトルで検出するのに適していると言える。

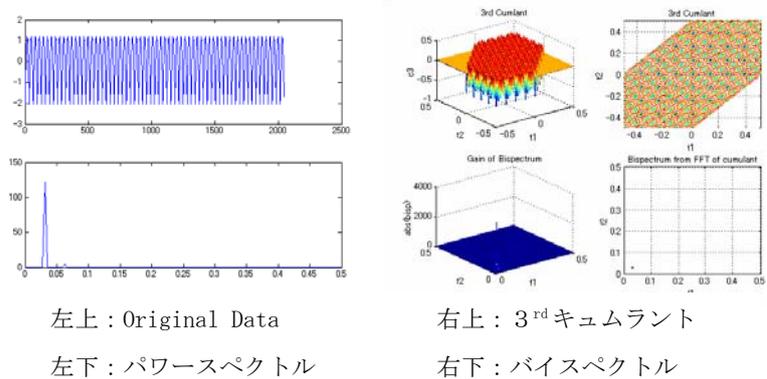


図 8-4. 1/2round のグラフ

nokogiri の Skewness を見ると、vsin、tr、sq の信号と同様、左右対称で歪んでいない分布であることがわかる。しかしキュムラントを見ると、ゼロに近い値にはなっていないので正規分布から乖離していることがわかる。また、バイスペクトルの値を見ると、1/2round や 1/4round と同様、値を持つことがわかる。図 8-

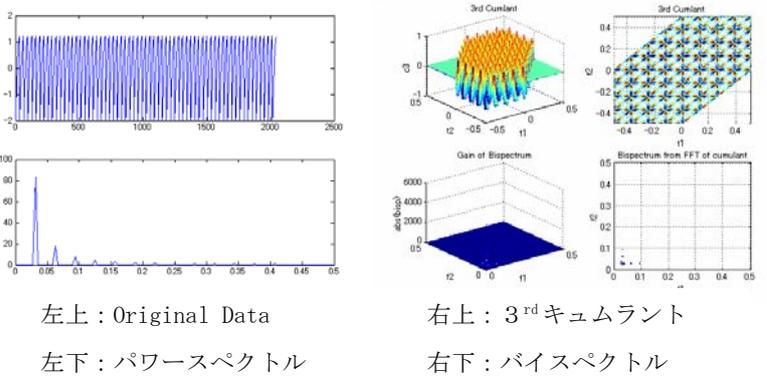


図 8-5. 1/4round のグラフ

nokogiri の Skewness を見ると、vsin、tr、sq の信号と同様、左右対称で歪んでいない分布であることがわかる。しかしキュムラントを見ると、ゼロに近い値にはなっていないので正規分布から乖離していることがわかる。また、バイスペクトルの値を見ると、1/2round や 1/4round と同様、値を持つことがわかる。図 8-

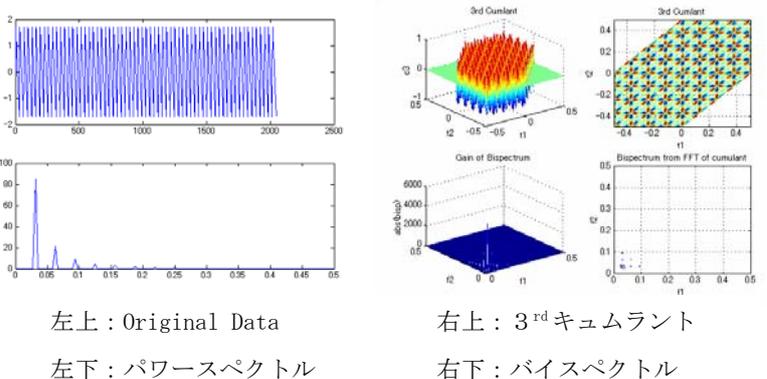


図 8-6. nokogiri (刃形) のグラフ

6のパワースペクトルで確認すると、図8-5と同様、基本周波数の整数倍のところにきれいにピークが並んでいることがわかる。このように左右対称で歪んでいない分布でも、バイスペクトルの性質にあった周波数成分を持つ信号であれば非線形を確認することができ、このような信号にはバイスペクトルは適しているといえる。

この鋸波の計算例は、3次キュムラントである **Skewness** では検出できない非線形性が、バイスペクトルで検出できることを示している。

#### 4.2.3. 実データを対象にした非線形性の検証

シミュレーションによって、分布の歪みやバイスペクトルによる評価が非線形の検出に利用できる可能性があることがわかった。そこで、住友化学の13種類の実データを用いて検討し、その結果を示す。

	Mean	Variance	Skewness	Kurtosis	data length
sample1	9.38E-14	0.999306	0.999306	-0.82188	1441
sample2	-2.05E-14	0.999306	1.07038	1.39675	1441
sample3	1.40E-14	0.999306	-0.08287	-1.47741	1441
sample4	-6.11E-15	0.999306	0.770792	0.062201	1441
sample5	3.63E-16	0.999306	0.161705	-0.27735	1441
sample6	-3.40E-15	0.999306	-0.47668	-1.22913	1441
sample7	1.05E-14	0.999306	-0.19488	-0.35804	1441
sample8	2.68E-16	0.999306	0.260079	-0.97566	1441
sample9	2.63E-15	0.999306	-0.54215	-0.94514	1441
sample10	-1.06E-15	0.999306	-0.19908	-0.59695	1441
sample11	-1.97E-15	0.999306	-0.02126	0.050385	1441
sample12	1.15E-14	0.999306	0.114852	-0.1344	1441
sample13	-6.33E-15	0.999306	1.24221	17.4097	1441

	nfft	power spectrum		Bispectrum	
		max	f	max	(f1,f2)
sample1	256	1.464175	(0)	0.489837793	(0,0)
sample2	256	0.3024375	(0.12109)	0.031731934	(0.12109,0.12109)
sample3	256	0.948120313	(0.046875)	0.024393939	(0.046875,0.046875)
sample4	256	1.402982813	(0)	0.30073938	(0,0)
sample5	256	0.41194375	(0.12109)	0.031506561	(0.12109,0)
sample6	256	2.365098438	(0)	1.218829901	(0,0)
sample7	256	1.372734375	(0)	0.55401355	(0,0)
sample8	256	0.535767188	(0.0078125)	0.701895178	(0,0)
sample9	256	1.906420313	(0)	1.050596094	(0,0)
sample10	256	1.562965625	(0)	0.296275403	(0,0)
sample11	256	0.491910938	(0.050781)	0.01617984	(0.050781,0.050781)
sample12	256	0.19743125	(0)	0.004326263	(0,0.046875)
sample13	256	0.401267188	(0.011719)	0.354293604	(0,0)

Skewness の値を見ると、sample 3 と sample11 以外は左右対称でない、どちらかに歪んでいる分布であるといえる。バイスペクトルの値を見ると、sample 2、sample 3、sample 5、sample11、sample12 以外は値を持っていることがわかる。しかし、バイスペクトルが値を持つ周波数の組を

見てみると、値を持っている **sample** はいずれも (0,0) であることがわかる。パワースペクトルが最大値をとる周波数である基本周波数を見ると、周波数ゼロ以外が基本周波数になっているものもあるが、それがバイスペクトルには表れていない。以下にパワースペクトルの図を示すが、周波数ゼロ以外で最大のピークを持っているものでも、バイスペクトルが値をとるものは、周波数ゼロのところでも大きなピークを持っていることがわかる。

また、図9-13の **sample12** のパワースペクトルを見ると、ほぼ全ての周波数でパワーを持っていることがわかる。これはバイスペクトルを利用するのに適さないデータであると言える。

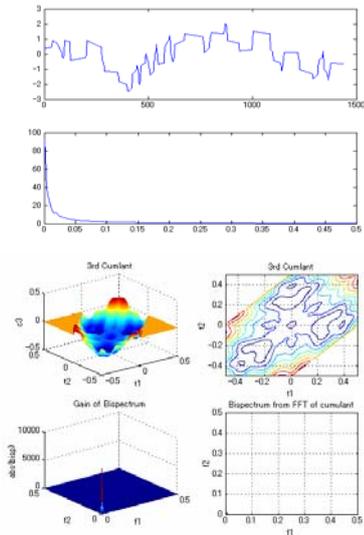


図9-1. sample 1

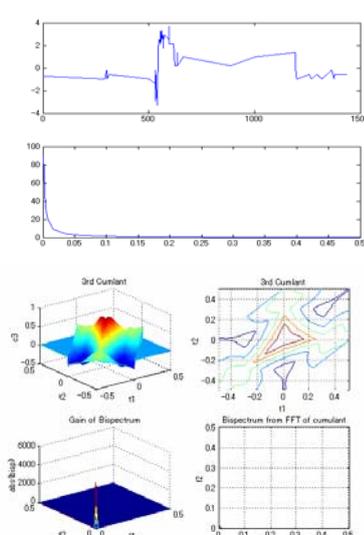


図9-2. sample 4

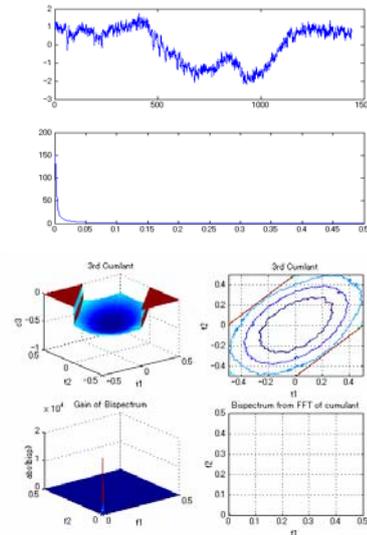


図9-3. sample 6

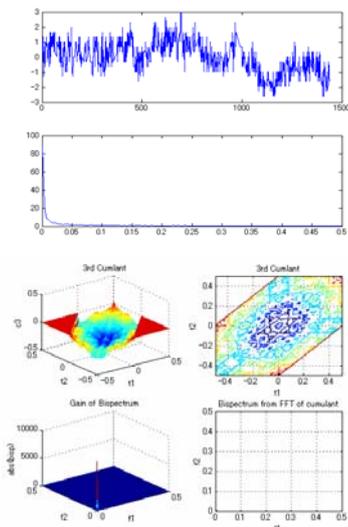


図9-4. sample 7

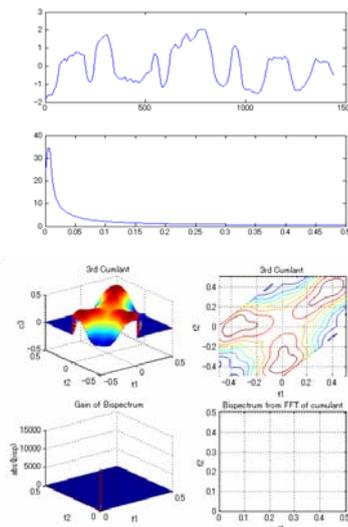


図9-5. sample 8

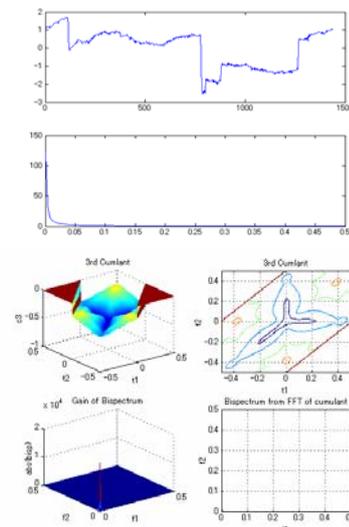


図9-6. sample 9

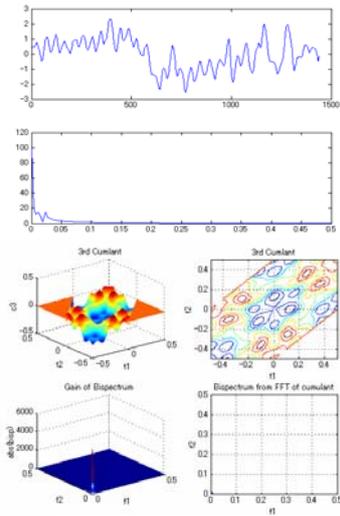


図 9-7. sample10

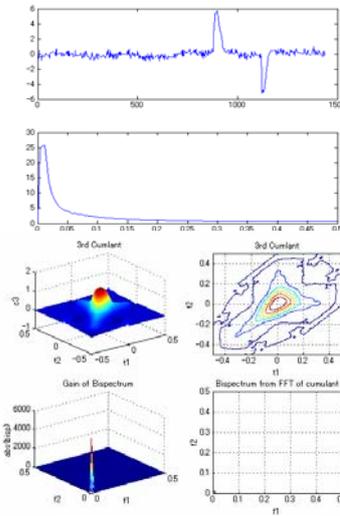


図 9-8. sample13

注) 図 9-1 から図 9-8 はバイスペクトルが値を持つもの

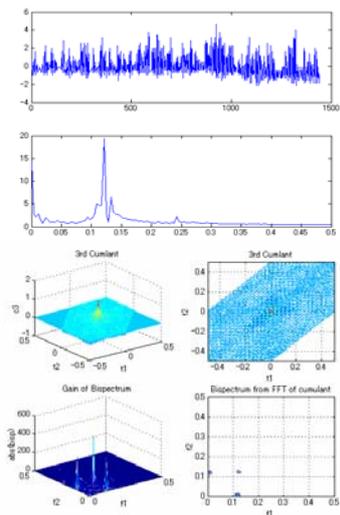


図 9-9. sample 2

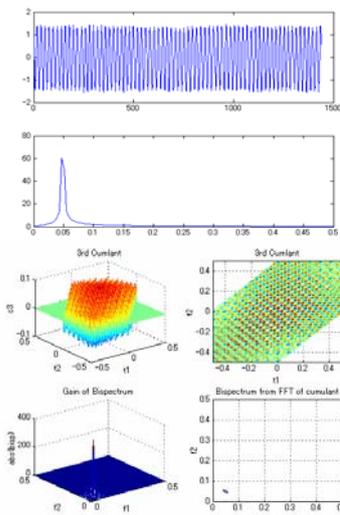


図 9-10. sample 3

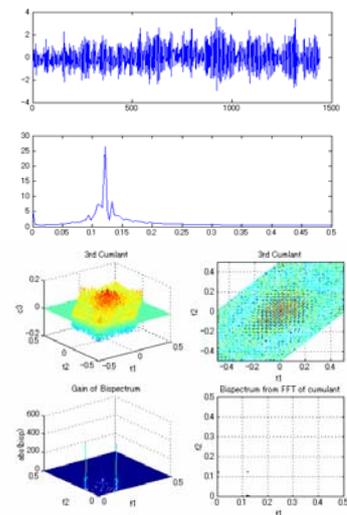


図 9-11. sample 5

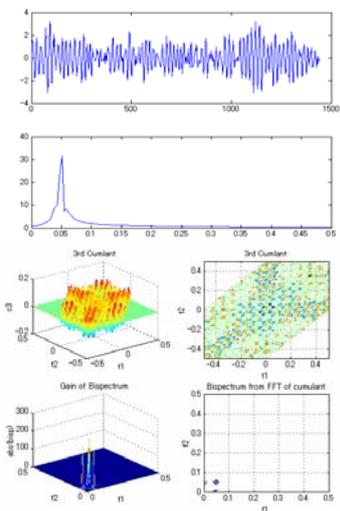


図 9-12. sample11

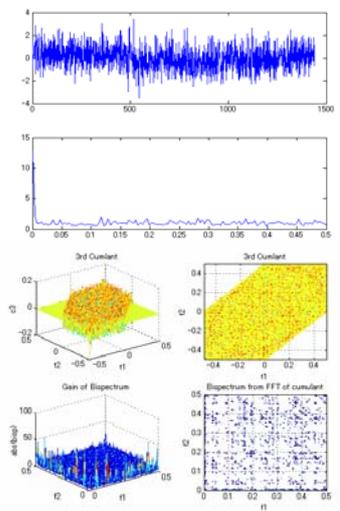


図 9-13. sample12

注) 図 9-9 から図 9-13 はバイスペクトルがほぼゼロとみなせる値になるもの

住友化学のデータについて、コメントされている内容ごとの表にして示す。(?)がついているものは、コメントに(?)がついていたものである。

バルブ不良	sample 1、sample 2 (?), sample 3、sample 8、sample 12
チューニング不良	sample 5、sample 10 (?), sample 11
ロード変更の影響	sample 9
外乱	sample 13、sample 4 (単発外乱 2 回)
コメントなし	sample 6、sample 7

この表の不良具合の分類とバースペクトルが値を持つかどうかで分類したものに特に共通点を見つけることはできない。バースペクトルが周波数ゼロで値を持つということは、分布が歪んでいるということなので、その影響が大きいということが考えられる。

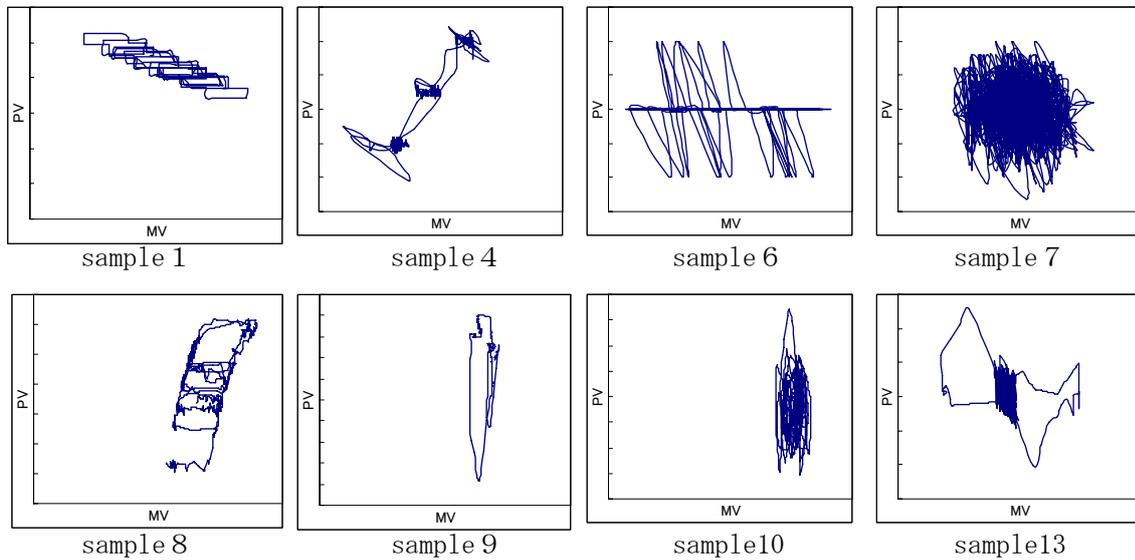


図 10. バースペクトルが値を持つ sample の PY-MV 図

図 10 と図 11 にバースペクトルが値を持つものとそうでないものに分類して、それぞれの PV-MV 図を示した。2つのグループを比較すると、図 10 の方は明らかに異常のように見える図になっているのに対し、図 11 の方は sample 12 を除いて比較的きれいなマルを描いているように見える。この図を見ると、これらの分類にバースペクトルが利用できるよ

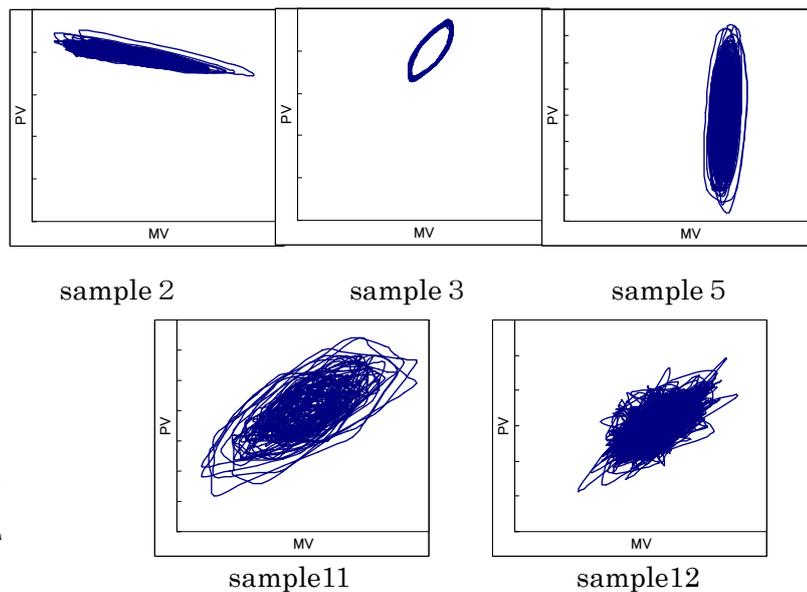


図 11. バースペクトルが値を持たない sample の PY-MV 図

うにも感じられるが、きれいにマルを描いていない分布は結局歪んだ分布になるので、結局その分類をしているに過ぎないという見方もできる。

しかし、本来高次統計量が有効である理由として、出力の情報だけからそのシステムの非線形性が検出できるということがあるので、この点から考えると図 10 と図 11 のように分類できるということは、バイスペクトルが何らかの形で利用できる可能性があると考えられる。

#### 4.2.4. これまでに発表された高次統計量の利用に関するものの検討

##### 4.2.4.1. バイスペクトルの利用

バイスペクトルの利用に関しては、福井で 2003 年に行われた SICE Annual Conference で Xiaoyun Zang, John Howell らによって発表された “Discrimination Between Bad Tuning and Non-linearity Induced Oscillations Through Bispectral Analysis” がある。ここでは、弁ステイクションなどのバルブの非線形性は偶数倍の高調波を含むので、バイスペクトルが値を持ち、チューニング不良による非線形性はバイスペクトルが値を持たないので分類できるということが言われている。

これを今回の結果で検証してみると、実データによるものの結果では必ずしも分類ができるということは確認できなかったが、偶数倍の高調波を持つ信号はバイスペクトルが値を持つということは確認できた。

##### 4.2.4.2. バイコヒーレンスの利用

バイコヒーレンスを利用した高次統計量による非線形性の検出については、2002 年 6 月の AdCONIP' 02 で Shoukat Choudhury, Sirish Shah らによって “Detection and diagnosis of system nonlinearities using higher order statistics” が発表された。

そこで、バイコヒーレンスを用いた方法についてもシミュレーションを行ったが、バイコヒーレンスが非線形性の検出に利用できることは確認できなかった。

(バイコヒーレンス)

バイコヒーレンスは以下のように表される。

$$|bic(f_1, f_2)|^2 = \frac{E(|B(f_1, f_2)|)^2}{E(X(f_1 + f_2))E(Y(f_1))E(Z(f_2))}$$

線形システムの持続振動である場合、そのバイスペクトルはゼロであるので、バイコヒーレンスの値はゼロとなる。これにより、システムが線形かどうかを評価することができるが、それはバイスペクトルによる評価と同じものである。実プラントでのデータでは、スペクトルが小さな値をとる周波数が存在する可能性が高く、バイスペクトルの算出値の信頼性が低くなる危険性が高い。また、バイコヒーレンスの物理的意味についても、解釈が難しい。そのため、本レポートでは、バイコヒーレンスの評価は用いなかった。

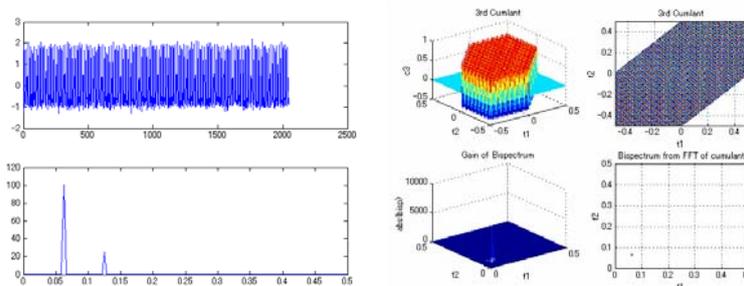
(バイコヒーレンスの検討)

図1のモデルで、正弦波を選択し、 $u^2$ のゲインを1にしてシミュレーションを行った。また Random Number 1 は平均ゼロ、標準偏差 0.01 の正規乱数とした。

Mean	Variance	Skewness	Kurtosis	data length	nfft
7.50E-17	0.999512	0.75188	-0.983692	2048	256

power spectrum		bispectrum		bicoherence	
max	f	max	(f1,f2)	max	(f1,f2)
1.57695	(0.0625)	0.3725596	(0.0625,0.0625)	241.1147	(0.066406,0.066406)

本来バイコヒーレンスの値は、0から1の値になるはずであるが、とても大きな値になってしまっている。これはバイコヒーレンスの計算において、スペクトルが値を持たない周波数を含む組ではゼロ割が起きてしまうためである。この計算の際にも、バイスペクトルが値を持っている



左上：Original Data

右上：3<sup>rd</sup> キュムラント

左下：パワースペクトル

右下：バイスペクトル

図12.

(0.0625,0.0625) は 1.064166 というほぼ1の値をとっているのであるが、パワースペクトルの図を見るとゼロとなる周波数がほとんどであるため、ゼロ割が起きる可能性がとても高い。全てのスペクトルが値を持っていれば計算は可能であるが、このような指標を使うことは値の信頼性が低いため危険であるといえる。

#### 4.2.5. まとめ

今回、非線形性を検出するために、正規分布からの乖離と高調波成分の検出という2つの視点で検討を行った。その結果、どちらかが確認されれば非線形であるということ是可以するが、なかには非線形であってもどちらにも表れないこともあることがわかった。

高調波の検出では、奇数倍の成分の場合、バイスペクトルに表れないことが検証できたため、パワースペクトルで整数倍の周波数成分が存在するか否かを見て判断する方が非線形性を見つけられる場合もあるといえる。

高次統計量により非線形性を検出できる理由を整理し、シミュレーション、実データで、その検出能力を検証した。シミュレーションでは、Skewness（歪度）とバイスペクトルで、検出できる可能性があることを示したが、その検出が難しい例があることも示した。住友化学からのデータでは、MV・PV図から、スティックがはっきり判断できる Sample1, Sample8 のデータでも、周波数ゼロのところバイスペクトルが現れるだけで、非線形性の存在をそのデータから、結論付けることは、難しかった。高次統計量は、非線形性を検出する能力を有するとは、考えられるが、その計算結果から、非線形性を判断することは難しいと考えられる。

## Appendix

### A.1 高次統計量

#### A1.1. 中心モーメント

$X$  の値が  $x$  未満である確率を累積分布  $P_X(x)$  とし、累積分布が  $x$  に関して微分可能であるとき、 $p_X(x) := \frac{d}{dx} P_X(x)$  を確率密度と呼ぶ。 $x_1 < X < x_2$  である確率は、確率密度関数を用いて、 $\int_{x_1}^{x_2} p_X(x)$  と表される。

この確率変数  $X$  の高次統計量は、確率分布関数  $p_X(x)$  を用いて、以下のように定義される。

$k$  次モーメント  $m_k = \int_{-\infty}^{\infty} x^k p_X(x)$  平均  $\mu = \int_{-\infty}^{\infty} x p_X(x)$  は、一次モーメント  
平均値からの偏りのモーメントは、中心モーメントとよばれ、

$k$  次モーメント  $C_k = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^k p_X(x)$  分散  $\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 p_X(x)$  は、二次中心モーメントである。モーメントと中心モーメントの間には、以下のような関係が成立する。

$C_2 = m_2 - m_1^2$   $C_3 = m_3 - 3m_2 m_1 + 2m_1^3$   $C_4 = m_4 - 4m_3 m_1 + 6m_2 m_1^2 - 3m_1^4$   
 $C_3$  は偏り度(skewness)、 $C_4$  は偏平度(flatness)と呼ばれる。

#### A1.2. キュムラント

次に、この確率変数のさらに一般的な関数  $h(X)$  について考える。

$h(X)$  の期待値は、次のように表現できる。

$$E[h(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} h(x) p_X(x) dx$$

$h(x) = e^{sX}$  として、その期待値を  $s$  の関数として、 $\varphi(s) = E[e^{sX}]$  と表現すると、指数関数のマクローリン展開により

$$\begin{aligned} E[e^{sX}] &= E\left[1 + sX + \frac{1}{2!}(sX)^2 + \frac{1}{3!}(sX)^3 + \dots\right] \\ &= E[1] + sE[sX] + \frac{1}{2!} s^2 E[X^2] + \frac{1}{3!} s^3 E[X^3] + \dots \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} s^k m_k \end{aligned}$$

この関数を  $s$  で  $n$  階微分して、 $s=0$  を代入すると、

$$\left. \frac{d^n}{ds^n} E[e^{sX}] \right|_{s=0} = m_n$$

と、 $X$  の  $n$  次モーメントが求められるので、この関数  $\varphi(s)$  をモーメント母関数とよぶ。

モーメント母関数を  $\varphi(s)$  と表し、その対数  $\log \varphi(s)$  をマクローリン展開すると、

$$\log \varphi(s) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{s^k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial s^k} \log \varphi(s) \Big|_{s=0} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c_k}{k!} s^k$$

となる。この  $c_k$  は、 $k$  次キュムラントと呼ばれ、 $\log \varphi(s)$  をキュムラント母関数とよぶ。対数を微分すると、

$$\frac{1}{\varphi(s)} \frac{\partial}{\partial s} \varphi(s) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c_k}{(k-1)!} s^{k-1}$$

となり、モーメント母関数を微分すると、そのモーメントとの関係より、

$$\frac{\partial}{\partial s} \varphi(s) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{m_k}{(k-1)!} s^{k-1}$$

と表現できるので、キュムラントとモーメントとの関係が次のように求められる。

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{m_k}{(k-1)!} s^{k-1} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c_k}{(k-1)!} s^{k-1} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{m_k}{k!} s^k$$

より、

$$m_n = c_1 m_{n-1} + \binom{n-1}{1} c_2 m_{n-2} + \dots + \binom{n-1}{n-2} c_{n-1} m_1 + c_n$$

が求められる。この式より、

$$\begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ m_4 \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ m_1 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ m_2 & 2m_1 & 1 & 0 & \dots \\ m_3 & m_3 & 3m_2 & 3m_1 & 1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ \vdots \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{m} = \mathbf{A}\mathbf{c}$$

が成り立つ。したがって、キュムラントは、

$$\mathbf{c} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{m}$$

としてモーメントによって表現できる。また、

$$\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ -c_1 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ -2c_2 & -c_1 & 1 & 0 & \dots \\ -3c_3 & -3c_2 & -c_1 & 1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ m_4 \\ \vdots \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{c} = \mathbf{B}\mathbf{m}$$

も成立するので、

$$\mathbf{m} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{c}$$

と、モーメントをキュムラントによって表現できる。

これらより、次の関係が導出され、1次キュムラントは平均、2次と3次のキュムラントは、中心モーメントと一致する。

$$c_1 = m_1 = \mu$$

$$c_2 = m_2 - m_1^2 = C_2$$

$$c_3 = m_3 - 3m_2 m_1 + 2m_1^3 = C_3$$

$$c_4 = m_4 - 4m_3 m_1 - 3m_2^2 + 12m_2 m_1^2 - 6m_1^4$$

⋮

$$m_1 = c_1 = \mu$$

$$m_2 = c_2 + c_1^2$$

$$m_3 = c_3 + 3c_2 c_1 + c_1^3$$

$$m_4 = c_4 - 3c_2^2 + 4c_3 c_1 + 6c_2 c_1^2 + c_1^4$$

⋮

### A.1.3. 正規確率変数のモーメントとキュムラント

信号処理で用いられる最も重要な確率密度分布  $p_X(x)$  は、正規分布であり、正規分布に従う確率変数を正規確率変数という。平均  $\mu$ 、分散  $\sigma^2$  の正規分布  $N(\mu, \sigma^2)$  は、

$$p_X(x) = N(\mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

と表現でき、正規確率変数のモーメント母関数  $\varphi(s)$  とキュムラント母関数  $\log \varphi(s)$  は、それぞれ、次のように表現できる。

$$\varphi(s) = \exp\left(\mu s + \frac{\sigma^2}{2} s^2\right) \quad \log \varphi(s) = \mu s + \frac{\sigma^2}{2} s^2$$

$n$  次キュムラントは、キュムラント母関数の  $n$  階微分で得られるので、上式より、3 次以上のキュムラントはゼロになることがわかる。また、正規確率変数の  $n$  次中心モーメントは、平均  $\mu = 0$  のモーメント母関数  $\varphi(s)$  の  $n$  階微分で得られるので、

$$C_n = \begin{cases} 0 & n \text{ is odd} \\ 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (n-1) \sigma^n & n \text{ is even} \end{cases}$$

## A.2. 高次キュムラントとスペクトル

### A2.1. フーリエ変換

三角関数  $e^{i\omega t} = \cos(\omega t) + i \sin(\omega t)$  の線形結合として、信号を表現するフーリエ変換は、次のように定義される。

$$Y(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) e^{-i\omega t} dt$$

次の逆変換により、元の信号に戻すこともできる。

$$y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

### A2.2. 高次キュムラントのスペクトル解析

$$S_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x^*(t) y(t + \tau) dt \quad \text{2次相関}$$

$$\begin{aligned} P_{xy}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{xy}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x^*(t) y(t + \tau) e^{i\omega\tau} dt d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x^*(t) y(v) e^{i\omega t} e^{i\omega v} dt dv \\ &= X^*(\omega) Y(\omega) \end{aligned} \quad \text{パワースペクトル}$$

$$c_{xyz}(\tau_1, \tau_2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^*(t) y(t + \tau_1) z(t + \tau_2) dt \quad \text{3次相関}$$

$$\begin{aligned}
B_{xyz}(\omega_1, \omega_2) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} c_{xyz}(\tau_1, \tau_2) e^{i\omega_1 \tau_1} e^{i\omega_2 \tau_2} d\tau_1 d\tau_2 \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x^*(t) y(t + \tau_1) z(t + \tau_2) e^{i\omega_1 \tau_1} e^{i\omega_2 \tau_2} dt d\tau_1 d\tau_2 \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x^*(t) y(v_1) z(v_2) e^{i\omega_1 v_1} e^{i\omega_2 v_2} e^{-i(\omega_1 + \omega_2)t} dt dv_1 dv_2 \quad \text{パイスペクトル} \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x^*(t) e^{-i(\omega_1 + \omega_2)t} dt \cdot y(v_1) e^{i\omega_1 v_1} dv_1 \cdot z(v_2) e^{i\omega_2 v_2} dv_2 \\
&= X^*(\omega_1 + \omega_2) Y(\omega_1) Z(\omega_2)
\end{aligned}$$

### A.2.3. 離散フーリエ変換

$$F(y)_f = Y(f) = \sum_{k=0}^{N-1} y(k) e^{-i2\pi \frac{f}{N} k} \quad f = 0, \dots, N-1$$

$$y(k) = \frac{1}{N} \sum_{f=0}^{N-1} Y(f) e^{i2\pi \frac{f}{N} k} \quad k = 0, \dots, N-1$$

Fast Fourier Transform で、フーリエ変換を行う場合、周波数ゼロから、 $N/2$  (ナイキスト周波数) までの周波数領域で計算され、計算結果は、各周波数成分の  $N/2$  倍となる。

$$y(k) = \frac{2}{N} \sum_{f=0}^{\frac{N}{2}} Y(f) e^{i2\pi \frac{f}{N} k} \quad k = 0, \dots, N-1$$

たとえば、

$$\begin{aligned}
y(k) &= a_1 \cdot \cos\left(2\pi \frac{f_1}{N} k\right) + b_1 \cdot \sin\left(2\pi \frac{f_1}{N} k\right) \\
&\quad + a_2 \cdot \cos\left(2\pi \frac{f_2}{N} k\right) + b_2 \cdot \sin\left(2\pi \frac{f_2}{N} k\right)
\end{aligned}$$

の場合、

$$\begin{aligned}
Y(f_1) &= \frac{N}{2} a_1 - i \frac{N}{2} b_1 \\
Y(f_2) &= \frac{N}{2} a_2 - i \frac{N}{2} b_2
\end{aligned}$$

となる。

同じ信号から、サンプル間隔を変化させて、離散時間データを取り出した場合、同じ周期の成分でも、フーリエ変換により得られる数値は、総サンプル数により変化する。サンプル間隔が同じで、フーリエ変換するサンプル数を変更したときにも、同様に、同じ周期の成分でも、フーリエ変換により得られる数値は、総サンプル数により変化する。

**A.2.4. 高次離散キユムラントの離散スペクトル**

$$S_{xy}(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x^*(k)y(k+n) \quad \text{2次相関}$$

where  $y(k) = y(N+k)$   $y$  is cyclic.

$$\begin{aligned} P_{xy}(f) &= \sum_{n=0}^{N-1} S_{xy}(n) e^{\frac{-i2\pi fn}{N}} \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} x^*(m)y(m+n) e^{\frac{-i2\pi fn}{N}} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{h=m}^{N+m-1} \sum_{m=0}^{N-1} x^*(m)y(h) e^{\frac{-i2\pi f(-m)}{N}} e^{\frac{-i2\pi fh}{N}} \\ &= \frac{1}{N} X^*(f)Y(f) \end{aligned} \quad \text{パワースペクトル}$$

$$c_{xyz}(n_1, n_2) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x^*(k)y(k+n_1)z(k+n_2) \quad \text{3次相関}$$

$$\begin{aligned} B(f_1, f_2) &= \sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0}^{N-1} c_{xyz}(n_1, n_2) e^{\frac{-i2\pi f_1 n_1}{N}} e^{\frac{-i2\pi f_2 n_2}{N}} \\ &= \sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0}^{N-1} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x^*(k)y(k+n_1)z(k+n_2) e^{\frac{-i2\pi f_1 n_1}{N}} e^{\frac{-i2\pi f_2 n_2}{N}} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{h_1=k}^{N+k-1} \sum_{n_1=k}^{N+k-1} \sum_{k=0}^{N-1} x^*(k)y(h_1)z(h_2) e^{\frac{-i2\pi f_1 h_1}{N}} e^{\frac{-i2\pi f_2 h_2}{N}} e^{\frac{-i2\pi(-f_1-f_2)k}{N}} \\ &= \frac{1}{N} X^*(f_1+f_2)Y(f_1)Z(f_2) \end{aligned} \quad \text{バイスペクトル}$$

**A.2.5. 畳み込み積分 (convolution)**

$$(\mathbf{x} * \mathbf{y})_n = \sum_{k=0}^{N-1} x(k)y(n-k) \quad n = 0, \dots, N-1$$

where  $y(-k) = y(N-k)$   $y$  is cyclic.

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(\mathbf{x} * \mathbf{y})_j &= \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} x(k)y(n-k) e^{\frac{-i2\pi jn}{N}} \quad j = 0, \dots, N-1 \\ &= \sum_{l=-k}^{N-k-1} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) e^{\frac{-2\pi jk}{N}} y(l) e^{\frac{-2\pi jl}{N}} \\ &= \mathcal{F}(\mathbf{x})_j \mathcal{F}(\mathbf{y})_j \end{aligned}$$

## 第5章 調節弁固着現象のモデル化と検出

調節弁固着現象のモデル化とその検出手法についての解説と検証

執筆者

丸田 浩	京都大学 大学院工学研究科化学工学専攻
加納 学	京都大学 大学院工学研究科化学工学専攻
久下本 秀和	住友化学工業(株) 生産技術センター
清水 佳子	(株)東芝 火力開発技術部

## 5.1. はじめに

生産プラントの能力を最大限に引き出すためには、制御系の性能を高く維持する必要がある。しかし、プラントには非常に多数の制御ループが存在し、どの制御ループがプラント全体の運転効率向上へのボトルネックであるかを見極めることは難しい。このため、改善を必要とするコントローラを検出する目的で、各制御系の性能を評価できるシステムティックかつ実用的な手法の開発が望まれる。このような認識のもと、最小分散制御をベンチマークとする制御性能評価手法 [1] をはじめ、制御性能の評価と監視に関する研究が精力的に行われている [2, 3, 4]。

しかし、制御不良の原因が必ずしもコントローラの調整不良にあるわけではない。例えば、操作端として広く利用されている調節弁の不具合も制御不良を引き起こす主な要因の1つである。実プラントで観察される調節弁の不具合としては、弁の不適切なサイズ選択や固着などが挙げられる。このような不具合が存在すると、制御量が周期振動するなど、制御性能が悪くなり、生産効率が低下する。したがって、性能の悪い制御ループを検出するだけでなく、その原因が調節弁の不具合にあるのか、あるいはコントローラの調整不良にあるのかを識別できる手法が必要である。

そこで本研究では、プラント運転データを利用して調節弁の固着を検出する方法を開発する。これまでもプラント運転データを利用した固着検出法に関する研究がいくつか報告されている [5, 6]。しかし、いずれも弁開度あるいは制御量の分布のみに着目した手法であり、利用する運転データによっては誤検出が多い、固着の有無を判定するのが難しいなどの欠点がある。また、いずれの手法も固着の程度を定量化できない。そこで本研究では、はじめに調節弁に固着が発生するメカニズムについて考察し、固着現象を表現するためのモデルを構築する。ただし、提案するモデルは、物理現象を詳細かつ忠実に数式化したものではなく、少ないパラメータを用いて固着発生時の調節弁の挙動、特にコントローラ出力と弁開度との関係を再現するためのモデルである。このようなモデルを利用したシミュレーションを実施することによって、固着が制御系に与える影響を容易に確認できる。次に、得られたモデルに基づいて、新しい調節弁固着検出法を開発する。本報で提案する固着検出法は、高い精度で固着の有無を判定できるのみならず、固着の程度を定量化できるという優れた特徴を有する。様々な状況を想定して生成したシミュレーションデータ、及び住友化学工業の複数のプラントから取得した運転データを用いて、既存手法と提案する調節弁固着検出法を比較し、提案法の実用性を評価する。

## 5.2. 調節弁固着現象のモデル化

本研究では、プロセス産業において広く利用されている空気圧式調節弁を対象とする。これまでに提案されている調節弁固着現象モデルとしては、物理現象をできるだけ正確に数式化することを目指した詳細モデル [7]、及びコントローラ出力と弁開度の関係を表現することを目指した簡易モデル [8] がある。詳細モデルは多くの物理パラメータを含むため、現実の調節弁の挙動を再現するために多大な労力を要する。また、計算負荷を低減するためには、詳細モデルを単純化して利用する必要があるとも指摘されている。実際、調節弁をモデル化の際に、個々の調節弁について、すべてのパラメータを調査するのは非現実的である。固着現象が制御系に及ぼす影響を把握し、固着検出法を開発するという観点からは、このような詳細モデルは必要でないため、本研究では、できるだけ少数のパラメータによって固着発生時の調節弁の挙動を高い精度で再現できるモデルを構築する。

### 5.2.1. 調節弁の構造と固着現象

一般的な空気圧式調節弁の構造を図 1 に示す。この調節弁では、プラグを上下させることによって流量を調

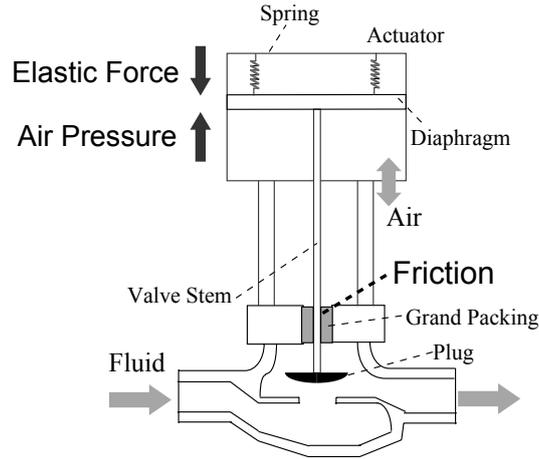


図 1: 空気圧式調節弁の構造

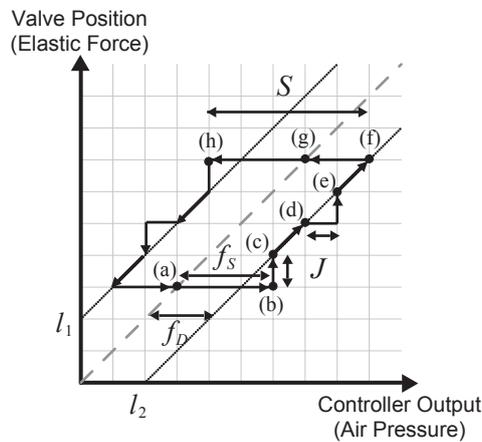


図 2: 固着発生時におけるコントローラ出力と弁開度の関係

節する．プラグの駆動にはアクチュエータを利用し，ステム（弁軸）を介して，空気圧とスプリングの弾性力のバランスに応じてプラグが動くようになっている．ステムにはグランドパッキンと呼ばれる流体漏洩防止用シール材が巻かれているため，ステムの運動には常に強い摩擦力が伴う．グランドパッキンの過大な締め付けや流体の漏出と固化などによって，この摩擦力が規定値以上になると，ステムの滑らかな動作が阻害される．これが固着現象である．固着が発生すると，コントローラ出力の変化が小さな場合には静止摩擦のために弁開度が変化せず，最大静止摩擦力以上の力が加えられた時点で急激に弁開度が変化するようになる．この現象はスティックスリップ現象と呼ばれ，プラント運転を乱す要因となる．

### 5.2.2. 固着現象のモデル化

空気圧式調節弁では，コントローラ出力に応じて空気圧が変化し，弁開度に応じてスプリングの弾性力が変化することから，固着発生時のコントローラ出力と弁開度の関係を表現するためには，空気圧，弾性力，摩擦力の3つの力の釣り合いについて検討すればよい．これらの力の釣り合いに基づいて，固着発生時のコントローラ出力と弁開度の関係を図示すると図2のようになると考えられる．破線はスプリングの弾性力と空気圧が釣り合っている状態を表しており，ステムに摩擦がかからない理想的な状況では，コントローラ出力と弁開度は常にこの破線上で変化する．

ステムに摩擦が発生するとこの理想的な関係は崩れる．例えば，弾性力と空気圧が釣り合う点 (a) において調節弁が静止している場合，さらにコントローラ出力（空気圧）を増加させても静止摩擦により弁開度は変化しない．調節弁が動き始めるのは，空気圧と弾性力の差が最大静止摩擦力  $f_S$  を超える点 (b) においてである．点 (b) で調節弁が動き出すと，ステムにかかる摩擦力は  $f_S$  から動摩擦力  $f_D$  へと変わるため，

$$J = f_S - f_D \quad (1)$$

に対応する分だけすべりが生じ，点 (c) まで移動する．それ以降，調節弁が動いている間は，空気圧と弾性力の差が  $f_D$  に等しくなるため，コントローラ出力と弁開度は破線から  $f_D$  だけずれた直線  $l_2$  上で変化する．続いて，点 (d) で調節弁が静止すると，ステムにかかる動摩擦が静止摩擦に変わる．点 (d) での空気圧と弾性力の差は  $f_D$  であるため，さらに  $J$  だけ空気圧が高くなれば，最大静止摩擦力を超えて再びすべりが生じ，点 (e) へと移動する．

点 (f) で弁開度を小さくしようコントローラが指示すると，空気圧は次第に減少していく．このとき，調節弁は一旦静止する．点 (g) で弾性力と空気圧は釣り合い，さらに空気圧が低下すると，弾性力と逆の方向に静止摩擦が発生し，弾性力と空気圧の差が最大静止摩擦力  $f_S$  を超えるまで弁開度は変化しない．点 (h) は点 (b) とちょうど反対の状況にあり，さらに空気圧が低下すると，すべりが発生する．点 (f) で調節弁が静止してから点 (h) で調節弁が動き始めるまでの空気圧の変化範囲は，最大静止摩擦力と動摩擦力の和

$$S = f_S + f_D \quad (2)$$

で与えられる．調節弁を開ける場合と閉じる場合では摩擦力の働く方向が逆になるため，弁開度が小さくなる時，コントローラ出力と弁開度は直線  $l_1$  上で変化する．

上記の挙動を表現する調節弁固着現象モデルのフローチャートを図3に示す．このモデルはコントローラ出力  $u$  を入力，弁開度  $y$  を出力とするモデルである．ただし，コントローラ出力は弁開度に対応する 0% から 100% のレンジに変換してある．最初の2つの条件分岐により，上下制限約を満たすようにコントローラ出力を置き換える．

提案したモデルでは，調節弁が動作状態から静止状態に変化した時点でのコントローラ出力  $u_S$  を基準として，固着現象を表現する．そこで，コントローラ出力の後退差分  $\Delta u(t)$  を計算し，調節弁が動作状態 ( $stp = 0$ ) にあり，かつ調節弁が静止する状態をコントローラが指示した場合 ( $\Delta u(t)\Delta u(t-1) \leq 0$ ) に， $u_S$  を更新する．また，この更新と同時に，制御弁の状態を静止状態 ( $stp = 1$ ) に変化させる．その他の場合， $u_S$  と  $stp$  は共に変更されない．

次に，調節弁が動作状態 ( $stp = 0$ ) にあるかどうかを判定し，動作状態になれば続く2つの条件分岐に進む．これらの条件分岐では，静止摩擦を振り切るだけのコントローラ出力が与えられているかどうかを判定する．ここで，変数  $d$  は動摩擦が働いている方向を表し， $d = 1$  は空気圧を打ち消す方向， $d = -1$  はその逆方向を表す．1つ目の条件は動作方向が反転して静止摩擦を振り切る場合（図2の点 (b),(h) に対応）であり，コントローラ出力は  $S$  以上変化する必要がある．このとき，動作方向が反転するため， $d$  の符号を変えなければならない．2つ目の条件はそのままの動作方向で静止摩擦を振り切る場合であり，コントローラ出力は  $J$  以上変化する必要がある．いずれかの条件を満たして静止摩擦を振り切る場合，あるいは元々調節弁が動作状態にある場合には，コントローラ出力  $u(t)$  から動摩擦力  $f_D$  に相当するだけのバイアスがかかった弁開度  $y(t)$  を出力し， $stp = 0$  として調節弁が動作状態にあることを記録する．ここで，(1), (2) 式より，

$$y(t) = u(t) - d f_D = u(t) - \frac{d(S - J)}{2} \quad (3)$$

となる．一方，調節弁が静止し続ける場合は，現時刻の弁開度  $y(t)$  として前の時刻の弁開度  $y(t-1)$  を与える．

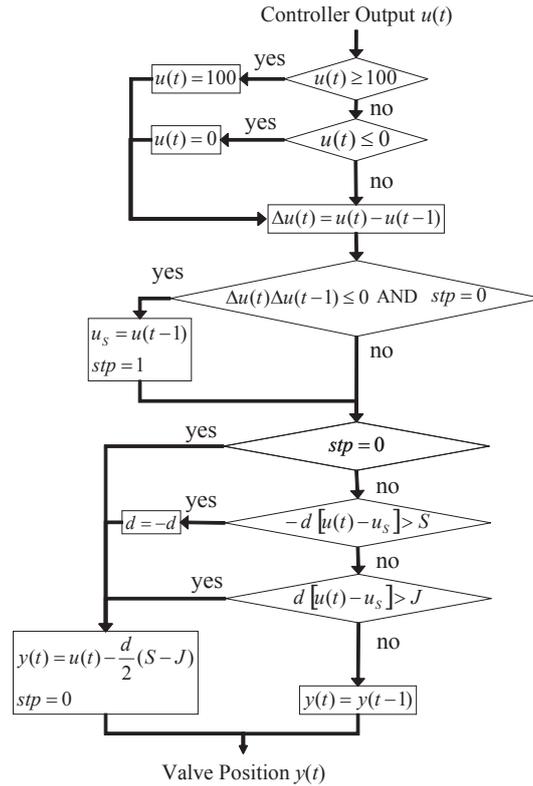


図 3: 調節弁固着モデルのフローチャート

ここで、固着が発生している化学プラントの運転データを用いて、提案する調節弁固着現象モデルの妥当性を検証する。実際に測定されたコントローラ出力からモデルを用いて弁開度を計算し、流量の動特性が1次遅れモデル

$$P_F(s) = \frac{1}{0.2s + 1} \quad (4)$$

で表現できると仮定して、流量の推定値を求める。平均0、分散1に正規化されたコントローラ出力と流量の実測値及び流量推定値を図4に示す。実プラントの流量測定値と調節弁固着現象モデルを用いて計算した流量推定値はほぼ同じ挙動を示しており、提案するモデルによって実プラントで発生する調節弁固着現象を表現できることがわかる。なお、(4)式の伝達関数中のパラメータには、化学プロセスにおいて観察される典型的な値[9]を用いた。

この調節弁固着現象モデルは、弾性力、空気圧、摩擦力の釣り合いに基づくものであり、わずか2つのパラ

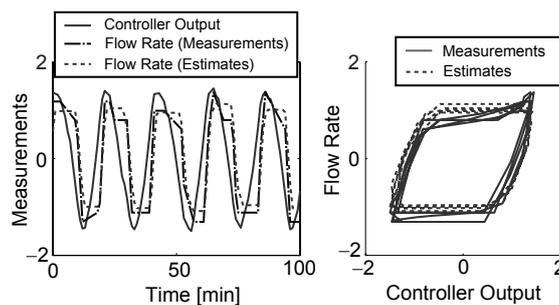


図 4: 流量実測値と推定値の比較による調節弁固着モデルの検証

メータ  $S, J$  によって、調節弁の動作原理と固着のメカニズムを的確に捉え、調節弁の挙動を再現することができる。実際、 $S = J = 0$  とすれば弁開度がコントローラ出力に応じて理想的に動作する状態を表すなど、2つのパラメータを調整することによって、固着やすべりの有無など様々な状況を容易にシミュレートすることができる。また、このモデルは、これまでに提案されている簡易モデル [8] と比較して、次のような優れた特徴を有する。1) 従来型簡易モデルでは、調節弁が静止しているか否かに関わらず、コントローラ出力の後退差分の符号が変化した時点で  $u_S$  を変化させてしまうため、コントローラ出力が確率論的に変化する場合に、固着現象を正しく表現できないという問題がある。一方、提案モデルでは、変数  $stp$  を導入することにより、固着発生時のコントローラ出力  $u_S$  を適切なタイミングで、すなわち固着が発生した時点でのみ更新できる。この結果、コントローラ出力の変化の仕方によらず、固着現象を正しく表現できる。2) 従来型簡易モデルでは、一度バルブが停止すると、次の動作方向に関わらず  $S$  だけ固着が発生する。一方、提案モデルでは、調節弁が静止している間も動摩擦力に対応するだけの空気圧あるいは弾性力が働くことを考慮しているため、調節弁の動作方向に応じて、固着の大きさを適切に切り替えることができる。具体的には、調節弁の動作方向が反転する場合には  $S$  だけ固着し、静止後同一方向に動く場合には  $J$  だけ固着するようなモデルとなっている。

### 5.3. 固着検出法

本節では、運転データから固着を検出する2つの新しい方法を説明し、続いて既存手法を簡単に紹介する。なお、提案法はいずれも固着を検出できるだけでなく、固着の程度を定量化できるという従来法にはない利点を有する。

#### 5.3.1. 固着モデルに基づく検出法

図2に示したコントローラ出力と弁開度の関係について、固着が発生した場合に、以下のような特徴が現れる。

1. コントローラ出力が変化しているにもかかわらず、弁開度が変化しない区間が存在する。この区間が長いほど固着の影響は大きい。
2. すべり  $J$  を無視すると、コントローラ出力と弁開度の関係は平行四辺形のようになる。この平行四辺形の幅が小さく直線に近くなるほど固着の影響は小さい。

この2つの特徴に基づいて、運転データから固着を検出する手法を考案した。以下では、特徴1に基づく手法をA法、特徴2に基づく手法をB法と呼ぶ。なお、以下ではコントローラ出力と弁開度の測定値を利用するという前提で各手法の説明を行っているが、現実には弁開度測定値が利用できないことが多い。そのような場合には、弁開度の代わりに流量測定値を利用する。

A法では、コントローラ出力が変化している状態と弁開度が変化していない状態を運転データから判別しなければならない。そこで、コントローラ出力が変化している状態を、コントローラ出力の変動範囲がある閾値以上である状態とする。一方、弁開度が変化していない状態を、弁開度の変化速度がある閾値以下であり、かつ弁開度の動作範囲がある閾値以下である状態とする。この定義に基づいて、以下のような固着検出法(A法)を提案する。

1. 弁開度  $y$  とコントローラ出力  $u$  を測定する。
2.  $y(t)$  の後退差分  $\Delta y(t)$  を求める。

$$\Delta y(t) = y(t) - y(t-1) \quad (5)$$

3.  $\Delta y(t)$  が次の条件を満たす時刻  $t$  を求める .

$$|\Delta y(t)| < \varepsilon \quad (6)$$

ここで,  $\varepsilon$  は閾値である .

4. 求めた時刻の中から, 連続して (6) 式を満たす時間帯を検出する .
5. 該当する各時間帯において,  $u$  の最大値と最小値の差を計算し,  $\tilde{u}$  とおく . 同様に  $y$  の最大値と最小値の差も計算し,  $\tilde{y}$  とおく .
6.  $\tilde{u}$  の閾値  $\varepsilon_1$  と  $\tilde{y}$  の閾値  $\varepsilon_2$  を設定し,  $\tilde{u} \geq \varepsilon_1$  かつ  $\tilde{y} \leq \varepsilon_2$  ならば, その時間帯で固着が発生しているとみなす . そうでない場合は, その時間帯で固着は発生していないとみなす .
7. 固着検出に使用したデータ全体の期間に対する, 固着が発生している時間帯の割合  $\rho$  を求める . また, 固着が発生している時間帯での  $\tilde{u}$  を求め, その平均値  $\sigma$  を求める .

この規格化した指標  $\rho$  が 1 に近いほど, 固着が発生している可能性が高い . 逆に, 指標  $\rho$  が 0 であれば, 固着は発生していないと判断できる . さらに,  $\sigma$  が固着の程度を定量化した指標である .  $\sigma$  としては,  $\tilde{u}$  の最大値や平均値などいくつかの候補が考えられるが, それぞれ一長一短がある . 最大値では異常値を採用する恐れがあり, 平均値では固着幅よりも小さな  $\tilde{u}$  の影響を受けて, 固着の程度を実際よりも小さく見積もってしまう恐れがある . ただし, 実用上はいずれを採用しても大差はないと思われる . なお, 定常状態では固着の有無にかかわらず  $\rho=0$  となり, 固着の有無を判断することはできない . しかし, 固着検出法は, 制御性能監視システムによって制御性能が悪いと判断された場合に, その原因を特定する目的で利用されるため, 制御性能が悪いと判断されえない定常状態に対して固着検出法が適用されることはなく, 実用上問題とはならない .

一方, B 法では, コントローラ出力  $u$  と弁開度  $y$  の関係をプロットすると, 固着が発生している場合にはその形状が平行四辺形のように, 固着が発生していない場合には直線になることを利用する . このような形状の違いを捉えるために, 次式で表される関数  $F$  を導入する .

$$F(t) = \max \{ \min \{ F(t-1) + \Delta u(t), F_{max} \}, 0 \} \quad (7)$$

$$F(0) = F_0 \quad (8)$$

関数  $F$  は, 図 2 において, 同一の弁開度におけるコントローラ出力  $u$  と直線  $l_1$  上の値との差を表す . したがって,  $u-F$  は測定点を直線  $l_2$  から直線  $l_1$  へ向かって横軸と平行に  $F$  だけ移動させることに対応し,  $u-F$  は弁開度  $y$  と強い相関を持つと考えられる . なお,  $F$  の最大値  $F_{max}$  は直線  $l_1$  と直線  $l_2$  間の距離, すなわち前節で示した調節弁固着現象モデルにおける  $S-J$  に相当し, この値が大きければ固着が発生していると判断できる . 現実のプラントでは,  $S$  に比べて  $J$  は小さく,  $F_{max}$  は  $S$  に近い値になると思われる . ここで, 運転データから  $F_{max}$  を求めるために,  $u-F$  と  $y$  の相関係数  $r$  が最大となるように, 関数  $F$  のパラメータ  $F_{max}$  と初期値  $F_0$  を決定する問題を考える . 以上より, 相関係数  $r$  が 1 に近いことを確認した上で, 運転データから求めたパラメータ  $F_{max}$  が大きい場合に固着が発生していると判断できる . この固着検出法が B 法である . 相関係数  $r$  が小さい場合には, 固着現象モデルが運転データを良く表現できていないため,  $F_{max}$  を指標として固着の有無を判断できないことに注意する必要がある .

なお, A 法および B 法の最大の長所は, 指標  $\sigma$  または  $F_{max}$  によって固着の程度を定量化できることである . これまでに提案されている固着検出法では, 固着の有無を判断できたとしても, 固着の程度を定量化することはできない .

### 5.3.2. 既存の手法

次節で提案法と既存法の比較を行うため、総田らが提案した固着検出法 [5] と Horch が提案した固着検出法 [6] を簡単に説明する。

総田らは固着により制御量が振動している状況下では、固着発生時に弁軸速度（弁開度の変化速度に相当する） $v$  が 0 になることに着目し、弁軸速度分布を

$$p(v) = \frac{1}{S(a)} \exp \left\{ - \left| \frac{v^{\frac{1}{a}}}{\lambda(a)} \right| \right\} \quad (9)$$

と仮定している。ここで、 $a$  は形状パラメータで正の値をとり、 $\overline{|v|}$  を弁軸速度の平均的大きさとして、

$$S(a) = 2a\lambda(a)^a \Gamma(a) \quad (10)$$

$$\lambda(a) = \left\{ \overline{|v|} \left[ \frac{\Gamma(a)}{\Gamma(2a)} \right] \right\}^{\frac{1}{a}} \quad (11)$$

$$\Gamma(a) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{a-1} dt \quad (12)$$

としている。ただし、この弁軸速度分布の妥当性については説明がなく、運転データによる検証も行われていないため、その妥当性は不明である。

ここで、弁軸速度の二乗平均平方根  $\sqrt{v^2}$  と平均的大きさ  $\overline{|v|}$  の比  $\xi$  を固着検出指標として導入する。

$$\xi \equiv \frac{\sqrt{v^2}}{\overline{|v|}} = \frac{\sqrt{\Gamma(a)\Gamma(3a)}}{\Gamma(2a)} \quad (13)$$

$\xi$  は形状パラメータ  $a$  に関して単調増加であり、その下限値は 1 である。弁軸速度分布  $p(v)$  は  $a$  が大きくなるほど 0 付近で大きなピークを持つため、 $\xi$  が大きいほど固着が起きている可能性が高く、1 に近ければ固着は発生していないと判断できる。

一方、Horch は制御量が定常的に周期振動している状態を想定して、制御量の振動波形に注目した手法を提案している。具体的には、調整不良などの場合には制御量の波形が正弦波となるのに対し、固着発生時には制御量の波形が矩形波あるいは三角波になるとしている。したがって、固着発生時には、制御量を 1 階微分あるいは 2 階微分した変数  $x$  はスパイク状信号となり、そうでないときは正弦波のままとなる。Horch は、測定ノイズを考慮してスパイク状信号の確率密度分布  $p_1$  及び正弦波の確率密度分布  $p_2$  をそれぞれ

$$p_1(x, \sigma_1) = \begin{cases} (1 - \varepsilon_H) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp \left\{ -\frac{x^2}{2\sigma_1^2} \right\} & (|x| > A_1 \text{ のとき}) \\ (1 - \varepsilon_H) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp \left\{ -\frac{x^2}{2\sigma_1^2} \right\} + \frac{\varepsilon_H}{2A_1} & (|x| \leq A_1 \text{ のとき}) \end{cases} \quad (14)$$

$$p_2(x, \sigma_2) = \frac{1}{\sigma_2 \sqrt{2\pi^3}} \int_{-A_2}^{A_2} \frac{\exp \left\{ -\frac{(x-y)^2}{2\sigma_2^2} \right\}}{\sqrt{A_2^2 - y^2}} dy \quad (15)$$

と仮定している。 $A_1$  はスパイクの大きさ、 $A_2$  は正弦波の振幅である。 $\varepsilon_H$  は重み係数で、0 から 0.3 程度でよいとされる。制御量の時系列データを  $k$  クラスの頻度分布で表現し、それを確率密度分布に換算した  $p(x_i) (i = 1, 2, \dots, k)$  と確率密度分布  $p_j (j = 1, 2)$  の平均二乗誤差

$$\text{MSE}_j = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \{ p_j(x_i, \sigma_j) - p(x_i) \}^2 \quad (16)$$

が最小となるように測定ノイズの標準偏差  $\sigma_j$  を決定する。このとき、 $\text{MSE}_1 < \text{MSE}_2$  ならば、すなわち信号が正弦波よりもスパイク波形に近ければ、固着が発生していると判断する。

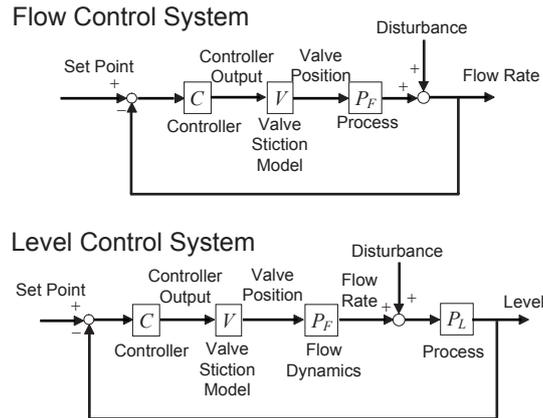


図 5: 制御系のブロック線図

表 1: 制御パラメータの設定

	Propotional Gain	Integral Time [min]
Flow Control	0.5	0.3
Level Control	3	30

## 5.4. 固着検出法の検証

本節では、提案した2種類の固着検出法と既存手法の比較結果を示す。まず、5.2.節で示した固着現象モデルを用いて発生させたシミュレーションデータを利用して検証を行った結果を、次に、住友化学工業で採取したプラント運転データを使用して検証を行った結果を示す。

### 5.4.1. シミュレーションによる検証

対象とする制御系は流量制御系及び液位制御系である。制御系のブロック線図を図5に示す。また、プロセス動特性は

$$\text{流量制御系: } P_F(s) = \frac{1}{0.2s + 1} \quad (17)$$

$$\text{液位制御系: } P_L(s) = \frac{1}{15s} e^{-s} \quad (18)$$

とする。時間の単位は min である。なお、液位制御系においても監視用の流量計が設置されているとし、弁開度から流量への動特性は (17) 式で与えられるとする。

流量制御及び液位制御には PI コントローラを利用し、設定値は 0 で一定とし、流量に対して外乱を加えた。なお、制御パラメータは表 1 に示す通りである。また、固着モデルのパラメータは表 2 のように設定する。

以上のような条件を与えて、シミュレーションを行った。データのサンプリングは 3 秒周期で行い、1500 分の長さのデータを発生させた。このときのシミュレーションデータの一部を流量制御、液位制御の順に図 6、図 7 に示す。

固着現象の特徴を捉えるには 2 周期以上あれば十分であると考え、流量制御では 1 分から 150 分の間を 0.5 分間隔に間引いたデータ、液位制御では 250 分から 1000 分の間を 2.5 分間隔に間引いたデータに各固着検出法を適用した。この場合、サンプル数は 300 点となる。また、各固着検出法を適用する際の設定は以下の通りで

表 2: 調節弁固着モデルのパラメータ設定

	$S$ [%]	$J$ [%]
Case 1 (No Stiction)	0	0
Case 2 (Weak Stiction)	1	0.3
Case 3 (Strong Stiction)	5	1

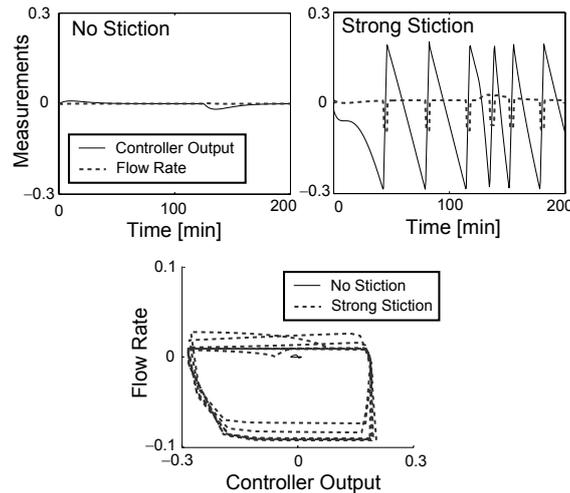


図 6: 流量制御系のシミュレーション結果

ある．各手法に共通の設定として，データを平均 0，分散 1 に正規化する．A 法については，すべてのケースで  $\varepsilon = 0.1$ ， $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.5$  とする．Horch の手法における係数  $\varepsilon_H$  は 0.1 とする．

以上の条件のもとで，シミュレーションデータに固着検出法を適用した結果を表 3 に示す．LC-F は検出にコントローラ出力と流量を用いた場合であり，LC-L はコントローラ出力と液位高さをを用いた場合である．各手法の計算時間は，パーソナルコンピュータ (Intel® Pentium® 4, 2GHz) 上で MATLAB® 6.5 を用いて計算した結果，全ケースの平均で A 法が 0.07 秒，B 法が 1.12 秒，総田らの手法が 0.06 秒，Horch の手法が 79 秒であった．Horch の手法の計算負荷の高さが際立っている．

はじめに FC の結果について，A 法では，固着がない場合に指標  $\rho$  は 0 となり，固着が発生すると 0 ではない有意な値をとる．すなわち，A 法によって固着は検出できている．さらに，指標  $\sigma$  は表 2 における  $S$  に概ね対応しており，固着の程度を定量化できていることも確認できる． $\sigma$  が  $S$  よりも小さな値となっているのは， $\sigma$  として平均値を採用したためと考えられる．実際，最大値を採用した場合には， $\sigma = 0.00, 0.92, 4.66$  となり，より  $S$  に近づく．一方，B 法は固着検出に失敗している．これは，図 6 において，コントローラ出力と流量をプロットしたときに B 法で前提とした平行四辺形が観測されないためである．実際，相関係数  $r$  は非常に小さな値になっており，前提が成り立っていないことが確認できる．総田らの手法における指標  $\xi$  は，固着が発生していない場合の方が発生している場合よりも高い値となっている．これは，プラントが安定して運転されている状態では長期間にわたって弁開度が一定となるためである．つまり，流量あるいは弁開度の情報しか使用しない総田らの手法では，安定した運転状態と固着を判別できない．Horch の手法では固着の有無に関わらず，すべてのケースで固着が発生しているという結果が出ている．これは制御量が定期的に周期振動をしていないためであると考えられる．ちなみに，このとき，いずれのケースにおいても， $MSE_1 = 0.02 \sim 0.04$ ， $MSE_2 = 0.22 \sim 0.24$  であった．

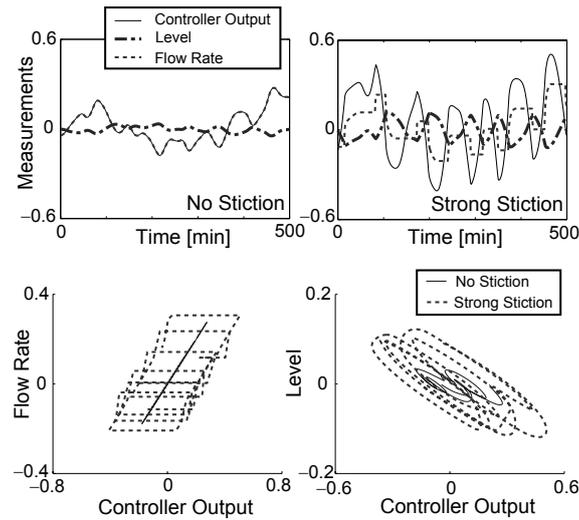


図 7: 液位制御系のシミュレーション結果

次に LC-F の結果を見ると、A 法では明確に固着が検出できており、 $\sigma$  は表 2 中の  $S$  と良い一致を示している。B 法では、相関係数  $r$  がほぼ 1 であることから、指標  $F_{max}$  を用いて固着の強さを判断できる。固着がない場合には 0.00 であり、固着が強くなるにつれて  $F_{max}$  は大きくなっていることから、固着を検出できている。さらに、 $F_{max}$  を表 2 に示した設定パラメータと比較すると、すべてのケースにおいて、ほぼ正確に  $S-J$  を推定できていることがわかる。以上より、A 法及び B 法は単に固着を検出できるだけでなく、固着の強さをも求められる手法である。総田らの手法においても、固着が強くなるにしたがって指標  $\xi$  が大きくなっており、固着を検出できているが、固着の強さを定量化することはできない。一方、Horch の手法では、固着の有無に関わらず、いずれのケースでも固着が発生しているという結果となった。

最後に LC-L の結果を見ると、いずれの手法でも固着を正しく検出できていない。したがって、A 法、B 法、総田らの方法では、弁開度あるいは流量の測定データを利用することが固着検出のための前提であり、遅れの影響が大きい液位高さのような測定データを用いては固着を正しく検出できないことがわかる。また、Horch の手法では周期振動していないために固着の検出に失敗している。

Horch の手法に限らず、これまでに提案されている固着検出法は、固着発生時に制御量が周期振動することを前提としている。ところが、本節のシミュレーション結果及び後述する実プラント運転データによる検証結果から明らかなように、固着発生時に制御量は必ずしも綺麗な周期振動を示すわけではない。実プラントでは、運転条件が頻繁に変更される場合もあり、周期振動が観測されない場合にも対応できる固着検出法が必要である。そして、提案法はこの要求に応えうる優れた手法である。

#### 5.4.2. 実プラント運転データによる検証

次に、実プラント運転データに対して固着検出法を適用した結果を示す。測定された 4 種類のプラントデータを正規化したものを図 8 に示す。ケース 1 は液位制御データで、調節弁に固着が見られる。ケース 2 は流量制御データで、同様に調節弁に固着が見られる。ケース 3 は液位制御データで、コントローラの調整不良により制御量が振動している。ケース 4 は流量制御データで、外乱の混入が見られるデータである。いずれのデータも 1 分周期で保存されており、全体で 1 日分のデータがある。ただし、ケース 1 及び 3 では振動周期が短いので、720 分から 1080 分の範囲を拡大して図示している。1 日分すべての正規化済みの測定データに各検出法を適用した結果を表 4 に示す。なお、固着検出法の設定はシミュレーションデータに適用したときと同じで

表 3: 固着検出法の適用結果 ( シミュレーションデータ 300 サンプル )

	A		B		Kaseda	Horch
	$\rho$	$\sigma$	$F_{max}$	$r$	$\xi$	Stiction
Flow Control (FC)						
Case 1	0.00	0.00	0.00	0.03	3.99	Yes
Case 2	0.77	0.60	0.00	0.18	2.03	Yes
Case 3	0.83	3.50	0.00	0.11	3.68	Yes
Level Control - F (LC-F)						
Case 1	0.00	0.00	0.00	1.00	1.19	Yes
Case 2	0.56	0.83	0.74	1.00	1.79	Yes
Case 3	0.79	4.54	4.20	0.99	2.99	Yes
Level Control - L (LC-L)						
Case 1	0.05	0.54	0.00	0.53	1.17	Yes
Case 2	0.02	0.68	0.00	0.65	1.25	Yes
Case 3	0.00	0.00	0.00	0.82	1.18	Yes

表 4: 固着検出法の適用結果 ( プラント運転データ 1440 サンプル )

Case	A		B		Kaseda	Horch		Stiction
	$\rho$	$\sigma$	$F_{max}$	$r$	$\xi$	MSE <sub>1</sub>	MSE <sub>2</sub>	
1 LC, stiction	0.50	1.72	2.12	0.98	1.80	0.24	0.56	Yes
2 FC, stiction	0.31	1.21	1.92	0.97	1.81	33	194	Yes
3 LC, bad tuning	0.13	0.89	0.17	0.95	1.32	0.03	0.78	Yes
4 FC, disturbance	0.03	0.80	0.00	0.13	1.55	0.00	0.03	Yes

ある。

ケース 1 及び 2 ではすべての手法で検出ができています。ケース 3 では固着は発生していないが、Horch の手法は固着と誤診している。A 法の指標  $\rho$  は 0 ではないが、固着発生時に比べれば十分に小さな値をとる。B 法の指標  $F_{max}$  も小さな値をとり、固着はないと判断できる。総田らの方法も同様である。ケース 4 では、外乱が発生しているとき以外はプラントは安定した状態にあり、流量測定値の頻度分布を求めると正規分布に近い形状であった。このため、Horch の手法は固着が発生したと誤診している。総田らの手法における指標  $\xi$  の値がケース 3 に比べて大きく、固着がないと断定するのが難しい結果となっているのも、プラントが安定して運転されているためであると考えられる。一方、A 法では、指標  $\rho = 0.03$  は極めて小さな値であり、固着はないと結論づけられる。また、 $F_{max} = 0$  であるため、B 法でも固着がないと判断できるように見えるが、相関係数  $r$  が小さく、結果の信頼性が低い。

次に、使用するサンプル数が固着検出性能にどのような影響を与えるかについて検討する。少ないデータで固着検出ができるならば、計算時間の節約につながるだけでなく、オンラインでの固着検出にも利用できる可能性がある。そこで、1000 分から 1100 分までの 100 点のデータに対して各検出法を適用した結果を表 5 に示す。

ケース 1, 3, 4 においては、いずれの手法でも 1440 点全部を用いた場合と大差ない結果が得られた。一方、

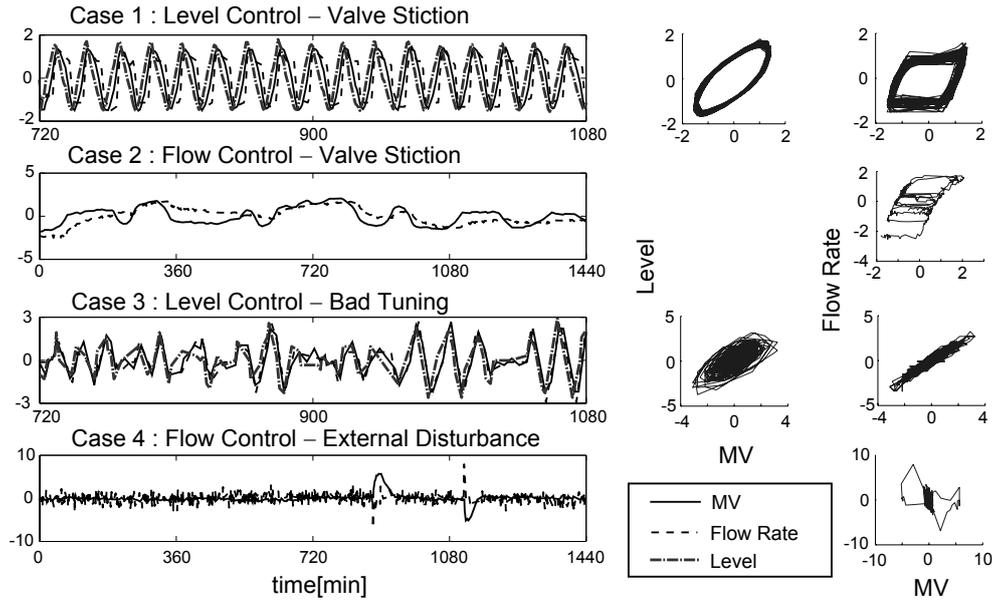


図 8: プラント運転データ

表 5: 固着検出法の適用結果 (プラント運転データ 100 サンプル)

Case	A		B		Kaseda		Horch		Stiction
	$\rho$	$\sigma$	$F_{max}$	$r$	$\xi$	$MSE_1$	$MSE_2$		
1 LC, stiction	0.55	1.77	2.06	0.98	1.80	0.20	0.52	Yes	
2 FC, stiction	0.28	1.02	0.00	0.31	1.81	$2.01 \times 10^3$	$1.70 \times 10^4$	Yes	
3 LC, bad tuning	0.00	0.00	0.00	0.98	1.19	0.45	0.79	Yes	
4 FC, disturbance	0.00	0.00	0.00	0.34	1.41	0.00	0.04	Yes	

ケース2では、B法によって固着現象が検出されていない。これは、データが少ないために、コントローラ出力と流量をプロットした際に固着の特徴である平行四辺形が観察されなかったためであると考えられる。つまり、他の手法と比較して、B法はより多くのデータを必要とする。

### 5.5. おわりに

本報では、調節弁固着現象のモデル化を行った。また、作成したモデルを基に2種類の固着検出法を提案し、既存手法との比較を行った。

Horchの手法など定常的な周期振動を前提とする固着検出法は、この前提が満たされない場合に固着の有無を判断できない。現実には、固着発生時でも周期振動しないことがあるため、周期振動を前提としない手法を利用すべきである。総田らの手法は簡便であり、かつ固着検出性能も優れている。しかし、安定した運転状態と固着を区別するのが困難であり、また、固着の有無を判別する指標 $\xi$ の閾値を決めるのも容易でない。さらに、従来法に共通する問題として、固着の程度を定量化できないという欠点がある。今回提案した手法は、流量あるいは弁開度に加えてコントローラ出力の情報をも利用することで、この問題を克服している。

A法の指標 $\rho$ と $\sigma$ はいずれも固着の程度を表す指標であるが、その意味は異なる。 $\rho$ は全運転時間に対する固着発生時間の比であり、制御ループに対する固着の影響を把握するために利用できる。一方、 $\sigma$ は固着の大

きさそのものである。すなわち、 $\rho$ が大きく $\sigma$ が小さい場合には、軽微な固着ではあるが、その制御性能への悪影響は甚大であると判断できる。逆に、 $\rho$ が小さく $\sigma$ が大きい場合には、酷い固着ではあるが、制御性能への影響はあまり大きくないと判断できる。なお、A法ではパラメータである閾値 $\varepsilon, \varepsilon_1, \varepsilon_2$ を設定する必要があるが、本報の検証では、シミュレーションデータ及び実プラント運転データに対して予め適当に定めた閾値を用いることによって、優れた固着検出性能を実現できた。本報ではすべての運転データについて正規化を実施したが、実プロセスへの適用に際しては、正規化ではなく計器レンジによるスケールリングを実施してもよい。その場合、閾値の物理的意味が直感的にも明らかとなり、現場でのチューニングが容易になる。

一方、B法の利用に際しては、相関係数 $r$ によって、固着の程度を表す指標 $F_{max}$ の妥当性をチェックする必要がある。検証結果から明らかなように、 $r$ が例えば0.9を超えるような高い値である場合には、高い精度で固着の検出と定量化が実施できる。ところが、 $r$ が小さい場合には、固着の有無について判断を下せない。また、B法では、パラメータは最適化計算により自動的に計算されるため、チューニングは必要としない。ただし、A法よりも多くのデータが必要であり、計算負荷は高くなる。

検証結果を通して示したように、A法及びB法は優れた固着検出法である。しかし、弁開度が流量が測定されている必要がある。例えば、液位制御系において、液位しか測定されていない場合、開発した調節弁固着モデルによってコントローラ出力と液位の関係を表現できないため、固着モデルに基づく検出法も機能しない。したがって、固着検出法の適用範囲を拡張するためには、液位データなどから固着を検出できる手法の開発が望まれる。なお、液位制御ループで調節弁に固着が発生した場合、コントローラ出力と液位を二次元平面にプロットしたときに現れる特徴的なパターンを利用して、固着を検出しようという試みが現在進められている[10]。

さらに、提案法は固着の程度を定量化できるため、その診断結果を利用して、固着が発生している状況下でもできる限り制御性能を劣化させないような制御アルゴリズムの開発も考えられる。現実には、固着が原因で制御性能が劣化していることが確認された場合でも、すぐに調節弁を修繕できるとは限らない。そのような場合、積極的に固着の影響を弱めるような制御アルゴリズムが利用できれば、生産性の向上に貢献することができる。

## 参考文献

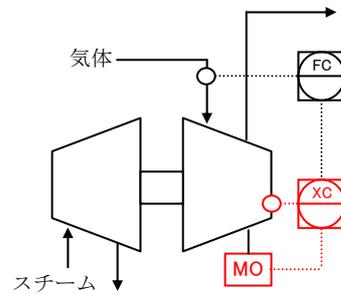
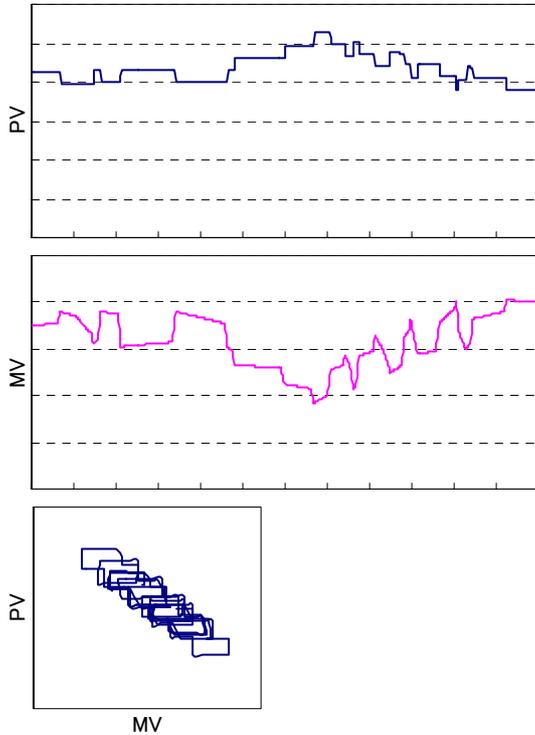
- [1] Harris, T.J.: Assessment of Closed Loop Performance, Canadian Journal of Chemical Engineering, **67**, 856/861 (1989).
- [2] Qin, S.J.: Control Performance Monitoring – A Review and Assessment, Computer and Chemical Engineering, **23**, 173/186 (1998).
- [3] Harris, T.J., C.T. Seppala and L.D. Desborough: A Review of Performance Monitoring and Assessment Techniques for Univariate and Multivariate Control Systems, Journal of Process Control, **9**, 1/17 (1999).
- [4] Huang, B. and S.L. Shah: Performance Assessment of Control Loops, Springer, London (1999).
- [5] 総田, 大塚, 長坂, 香川: 空気圧式調節弁の動作特性診断に関する実験的研究, 計測自動制御学会論文集, **35**, 594/599 (1999).
- [6] Horch, A.: Condition Monitoring of Control Loops, PhD thesis, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden (2000).

- [7] Muller, F.: Simulation of an Air Operated Sticky Flow Control Valve, Proc. of the 1994 Summer Computer Simulation Conference, 742/745 (1994).
- [8] Choudhury, M.A.A.S., N.F. Thornhill, and S.L. Shah: A Data-Driven Model for Valve Stiction, IFAC Symposium on Advanced Control of Chemical Processes (ADCHEM), Jan. 11-14, Hong-Kong, 261/266 (2004).
- [9] 小河: ポリオレフィンプラントの高度制御システムに関する実証的研究, 京都大学博士論文, 29/30 (2001).
- [10] 山下: 定性的形状解析の拡張とバルブスティクション検出への応用, 日本学術振興会プロセスシステム工学第 143 委員会ワークショップ No.25 第 13 回研究会資料 (2004).

## プラントデータの説明

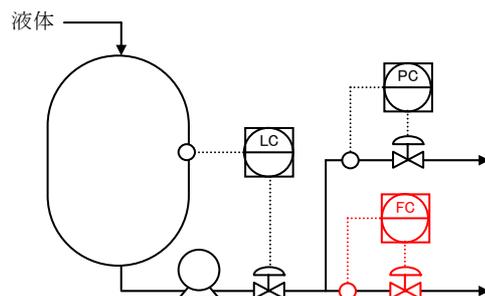
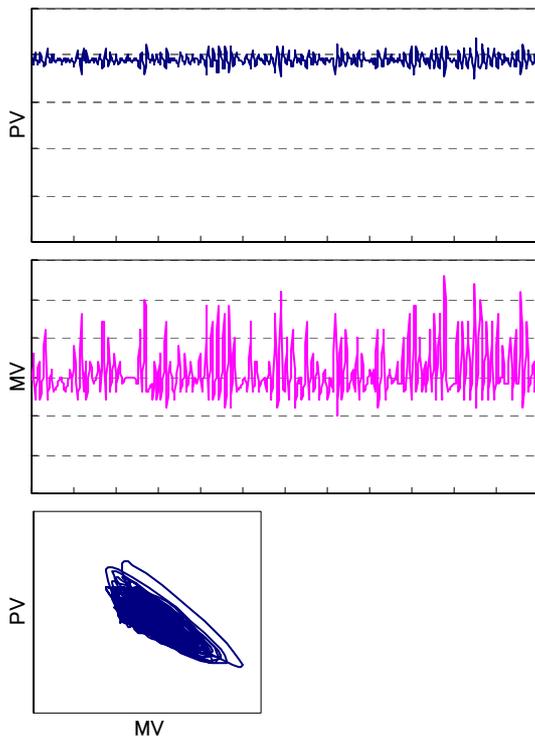
住友化学工業(株)提供のプラントデータとプロセス概要を示す。

### データ1 羽角度制御（不良）



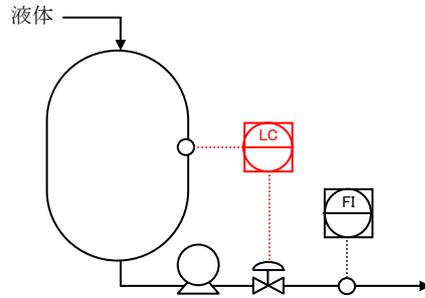
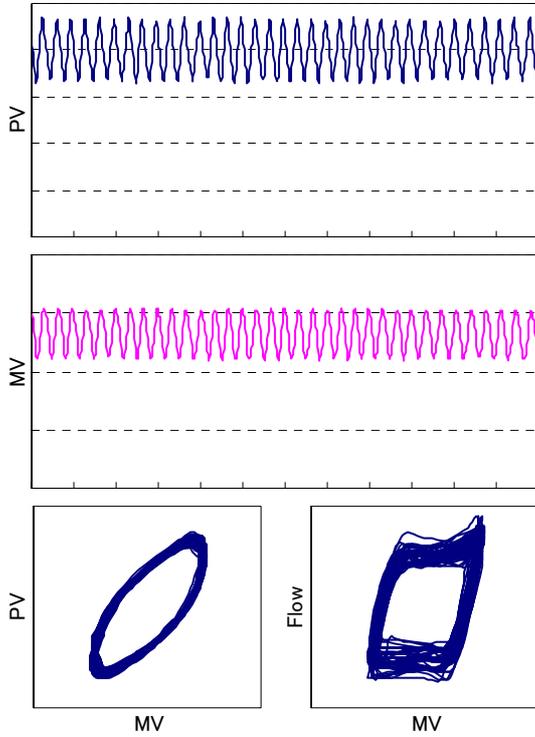
スチームタービン型ガス圧縮機のデフューザ羽角度制御で、流量制御とのカスケード構成となっている。モーター駆動でデフューザ羽角度を変えており、機械系の遊びと制御出力の分解能のため階段状の変化をしている。通常の PID では振動が起きるためギャップ付きPID が適用されている。

### データ2 流量制御（不良）



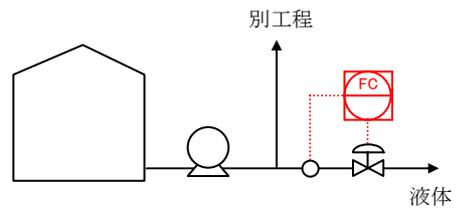
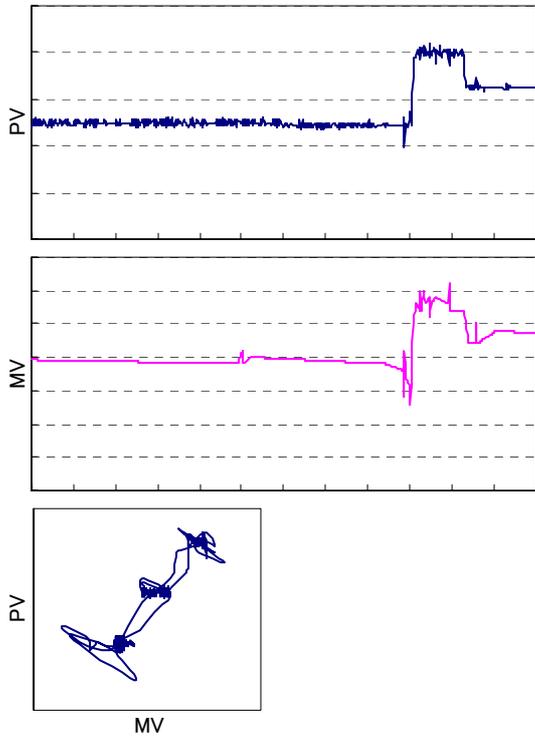
分岐配管の流量制御で、一方が圧力制御となっている。前段のドラム液面制御のチューニングが不良で、流量に周期的な外乱が加わっている。MV の分布に偏りがあり、非線形な挙動を示している。原因は不明だがバルブの不良か他ループとの干渉の可能性もある。

データ3 液面制御（不良）



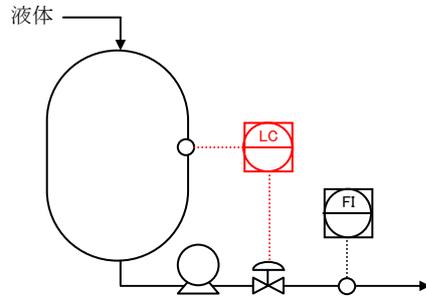
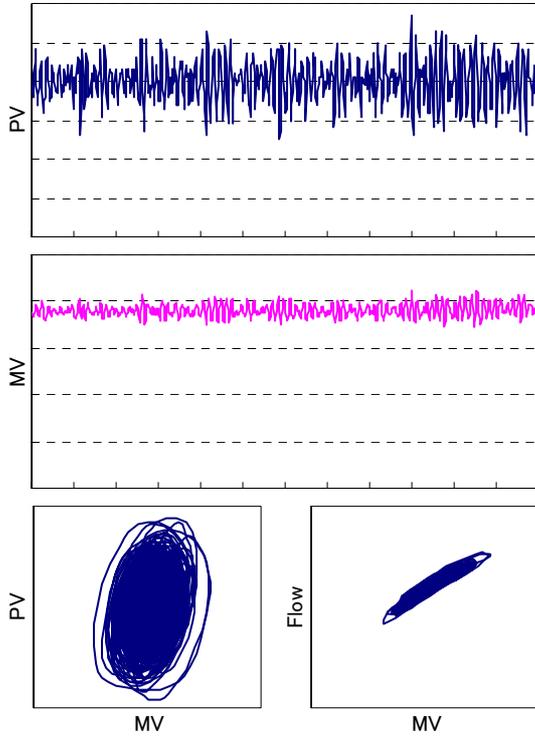
ドラム液面制御で、抜き出しバルブで液面を制御している。バルブスティックのデータで、MV-Flow プロットにその典型的な挙動が現れている。一方、MV-PV プロットは楕円に近いが、細かく観察すると両端に変曲点が見られる。バルブを補修した後のデータをデータ 12 に示した。

データ4 流量制御（外乱）



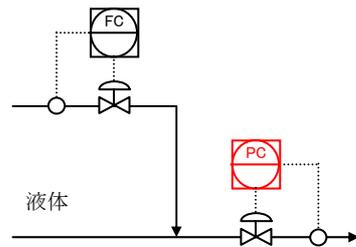
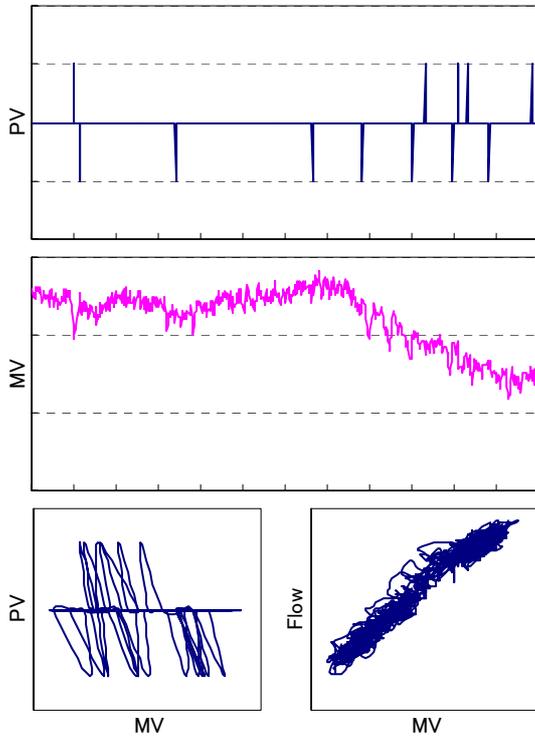
タンクから工程に原料を供給するための流量制御で、別工程でもこの原料が使われている。ロード変更時に配管の圧力が変化するため、変更直後に MV-PV の関係が大きく変動している。

データ5 液面制御 (チューニング不良)



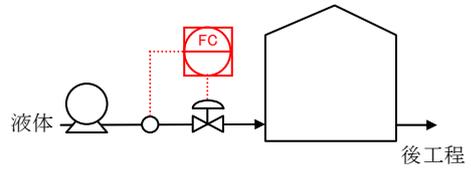
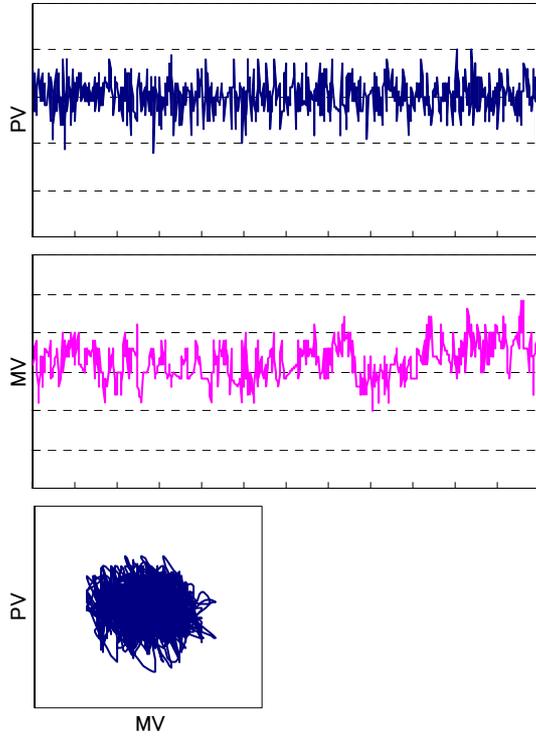
ドラム液面制御で、抜き出しバルブで液面を制御している。液面制御のチューニングが不良のため周期的な変動を起こしている。バルブスティックはなく、MV-Flow プロットはきれいな曲線を描き、MV-PV プロットは極めて楕円に近い挙動を示している。

データ6 圧力制御 (正常)



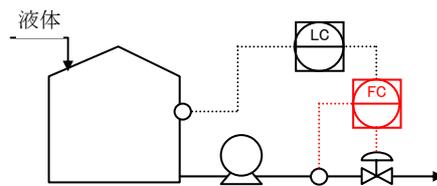
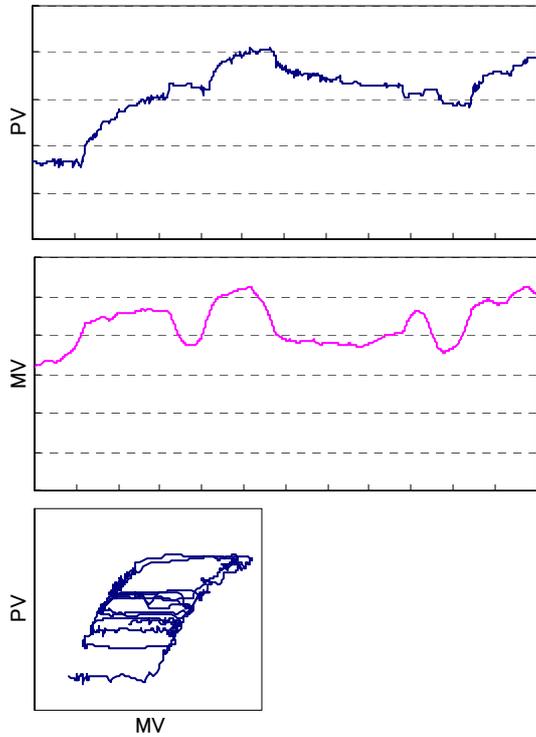
配管中の液体の圧力制御で、出口圧力を制御している。圧力が所々外乱によって変化している。収集精度の問題(制御とは無関係)でデータが粗く、圧力の詳細な挙動は判りにくい。バルブスティックはなく、流量計測値にノイズを含んでいるため MV-Flow プロットが曲線を中心にばらついている。

データ7 流量制御（正常）



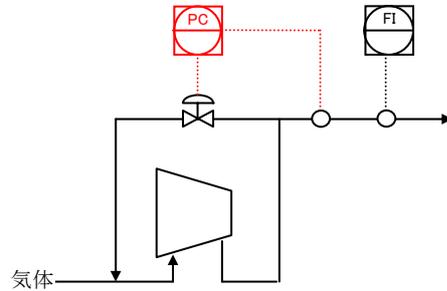
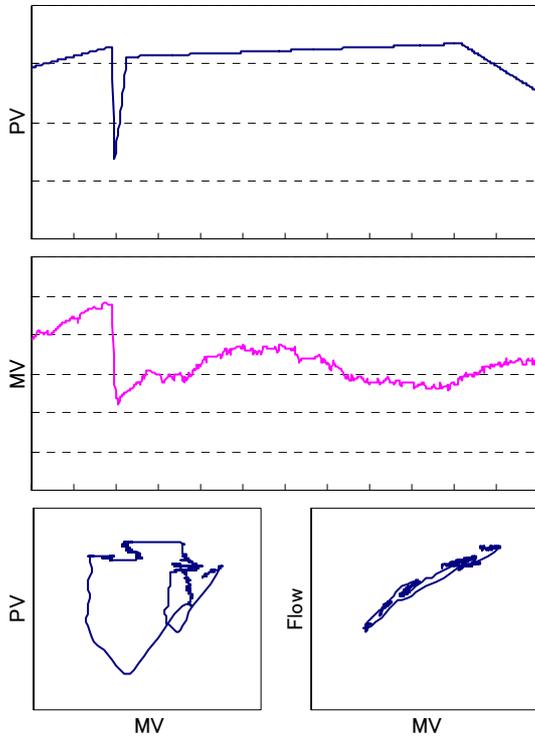
中間タンク送りの流量制御で、最も単純な流量制御である。一定流量で制御されており、バルブスティックはなく、流量指示値にノイズが見られる。

データ8 流量制御（不良）



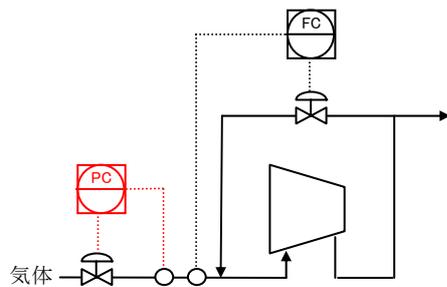
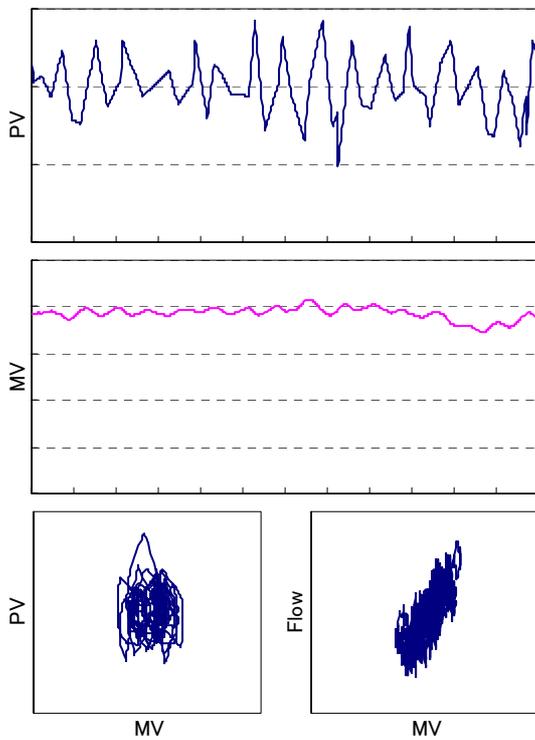
タンクの液面制御で、抜き出しの流量制御とのカスケード構成となっている。バルブスティックのデータで、MV-Flow プロットにその典型的な挙動が現れている。正確には、摩擦によるバルブスティックではなく、機械的な遊びが原因と考えられる。

データ9 圧力制御（正常）



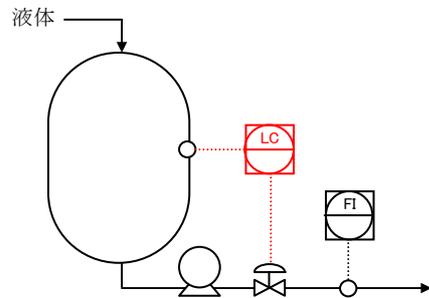
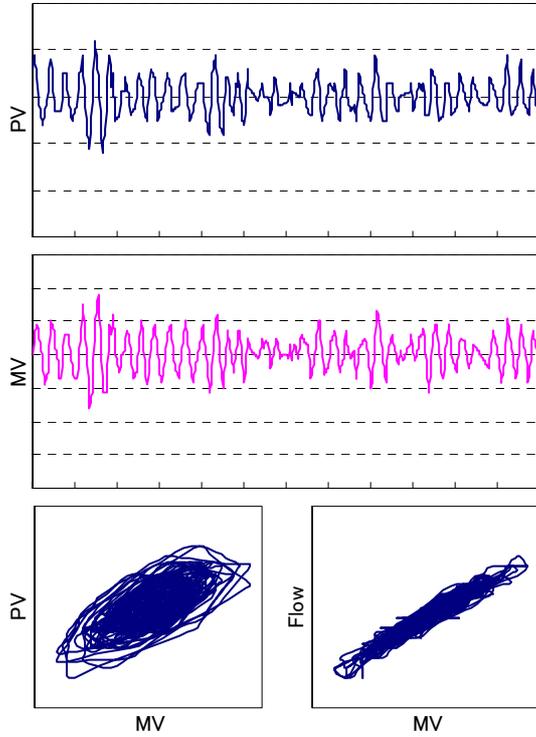
圧縮機の吐出圧力制御で、後工程の使用量によつての圧力がパルス状に変化している。収集精度の問題でデータが粗く、詳細な挙動が判りにくい。バルブスティックはなく、MV-Flow プロットはきれいな曲線を描いている。

データ10 圧力制御（チューニング不良）



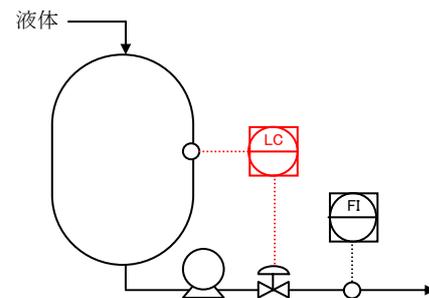
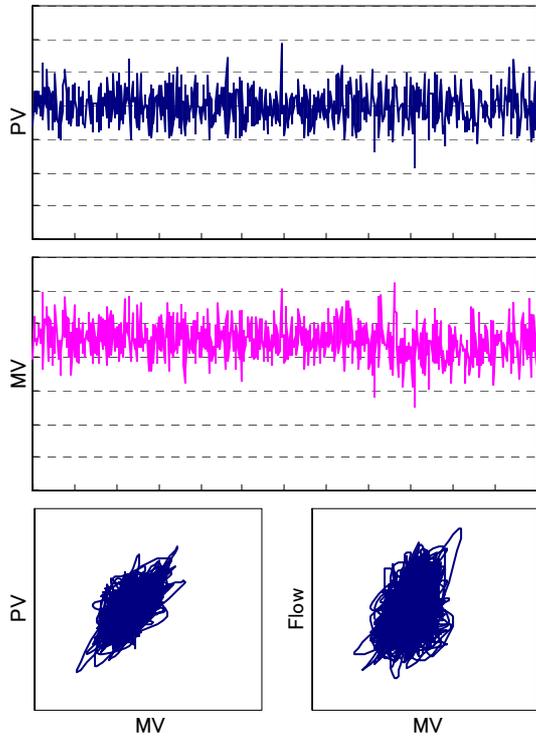
圧縮機のサクシオン圧力制御で、PVとMVに周期的な変動が見られる。本来は吐出側で流量制御をすべきあり、単なるチューニング不良か、圧力制御と流量制御の干渉が疑われる。バルブスティックはないが、MV-Flow プロットからは判断し難い(流量に影響するバルブが2つあるため)。

データ11 液面制御（チューニング不良）



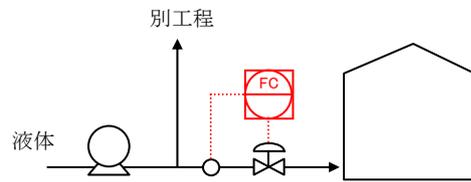
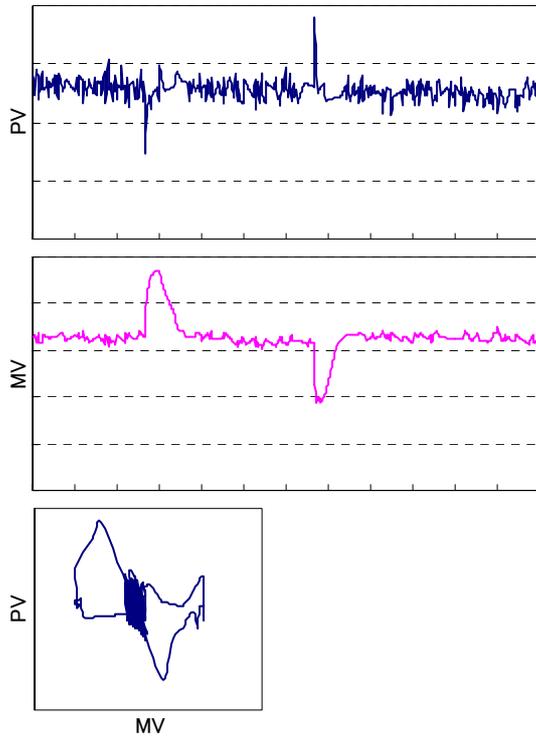
ドラム液面制御で、抜き出しバルブで液面を制御している。液面制御のチューニングが不良のため周期的な変動を起こしている。バルブスティックはなく、流量計測値にノイズを含んでいるためMV-Flowプロットが曲線を中心にばらついている。

データ12 液面制御（正常）



ドラム液面制御で、データ3のバルブを補修した後のデータである。バルブを補修したことでバルブスティックが解消され、周期的な変動も見られなくなった。

データ13 流量制御（正常）



タンク受け込みの流量制御で、一定流量で制御されている。途中、別工程の使用量が変わり（外乱）、MVが変化している。バルブスティックはなく、流量指示値にノイズが見られる。

## 第6章 Wavelet 解析を用いた蒸留塔運転データの解析

### Wavelet 解析を用いた蒸留塔運転データの解析結果報告

執筆者

松尾 徹

三井化学(株) 大牟田工場技術部システムG

西澤 淳

三菱化学株式会社 四日市事業所

## 6.1. はじめに

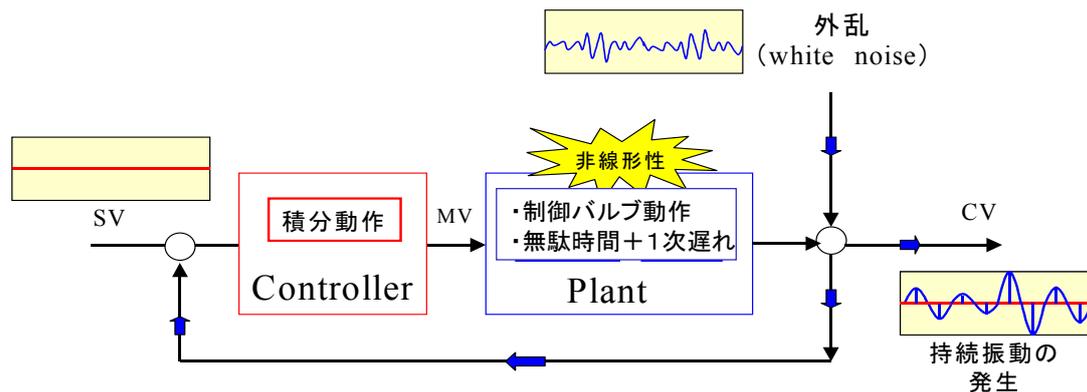
蒸留塔各部分の状態(温度、圧力、組成)と熱収支、物質収支、は互いに影響を及ぼし干渉する関係になっていることが多い。そのため実際のプラントでは、熱移動や物質移動などに含まれる外乱から蒸留塔の状態が変動することを防ぐために制御系(熱収支や物質収支を調整する機能)が実装されている。

一般に、制御系はPID制御に代表されるようなフィードバックの構造を持っており、制御対象が目標の値との偏差が生じた場合にはその差を少なくする修正動作が行われるように設計がされている。しかし実際の制御系では、調整不良、機器の不良などにより、行すべき動作が不適切になり、修正機能が低下してプロセスに対する制御能力が低下することもよく起こる。場合によっては、不適切な制御動作により信号の一部が正のフィードバックとして加わることになり、偏差に対する修正機能が低下するばかりでなく振動的な偏差(持続振動)を新たに発生することもある。更に悪いことに、蒸留塔は各部分の状態が干渉する関係になっていることから、制御系の一部で発生した振動が蒸留塔全体に伝播すると系全体を不安定にする。そのため、制御系は適切な維持管理と運用が行われないと、制御動作が原因で新たな変動を生み出し系全体が不安定状態に陥るといった皮肉な結果を招くことになる。

それではどのようにしたら、制御系に起因する変動を見つけることができるのだろうか? 制御系に起因する変動は持続的振動の特徴を持ち、時系列データを周波数に変換することで持続的振動成分を明瞭に分別して制御系の不具合を見つけ出すことができる。従来、プロセスの信号についての周波数解析は高速フーリエ変換(FFT)を用いた検討がいくつか行われてきたが<sup>(1)</sup>、ここでは実際の蒸留塔の運転データに含まれる変動に対して、新しい周波数解析手法のウェーブレット変換を応用することで制御系に由来する持続振動を抽出することが可能なことを示す。そして、時間と周波数の関係から変動の発生源や系内伝播の範囲などについての考察を行う。

## 6.2. 化学プラントの制御方式と振動の関係

化学プラントに使用されている制御方式は各種あるが、レギュラトリレベルで実装されているのはPID制御が大多数でありプロセス制御の基本となっている<sup>(2)</sup>。PID制御は構造が簡単で実績も多い制御方式であるが、コントローラ、操作端、プロセスからなるループ内に非線形性、位相遅れ要素とパラメータの調整不良等の存在で、リミットサイクルなどの周期的動揺を発生しやすい構造になっている(図1 参照)。実際のプラントでも、パラメータの調整不良、バルブのスティクションやヒステリシス、プロセスの非線形性が原因で振動的な動揺を発生している場合も多い。また、プロセス全体との関連では、反応器内部、蒸留塔内部、装置前後段の熱交換器などを経由しながら種々の変数が関連して周期的動揺がプラント全体に広がることもある。このようにいくつかの要因により制御系を含むプラントの状態は周期動揺に陥りやすいが、トレンドデータの中にはいくつかの信号が混在しているために振動を簡単に見つけ出すことが出来ずに、解決すべき制御上の問題が見逃されていることが多いのも事実である。



現実のフィードバックシステムでの持続振動は良く起こる現象

#### 原理

- (1) 外乱からの変動は制御システムの積分動作とプロセスの非線形要素で遅延する
- (2) フィードバックにより外乱に含まれる特定の周波数成分は、系の中で強調する
- (3) 共鳴周波数が持続振動として現れる

$$\text{一巡伝達関数: } |G(j\omega)| = 1, \quad \angle G(j\omega) = -\pi \quad (3)$$

一巡伝達関数のナイキストカーブが不安定点(-1, 0)を通過すると持続振動あるいは周期動揺を発生する

図1 フィードバックシステムにおける振動発生のメカニズム

化学プラントは、安定的に操業されている時に最大の生産効率が発揮されることが一般的で、制御性の良否は化学プラントの安定性に直接影響するので制御性を良好に保つことは商業プラントの重要な課題である。そのため、制御系はプラントから変動を無くして状態を安定に保つように常に調整された状態になっていることが望まれる。

### 6.3. ケーススタディ

ここでは、蒸留塔の系内に伝播する振動的な変動をウェーブレット変換により解析した事例を2つほど取りあげる。

最初の事例(ケース1)では、蒸留塔における品質制御は良く行われており、運転上や生産上の不都合はあまり発生していない。もう一つの事例(ケース2)では運転上の不都合が十分に意識されているのだが、変動が大きくしかも系全体に広がっており、どこが原因でどのように変動が相互に影響を及ぼしているのかを特定することが出来ていない。

しかしいずれにしろ、系内の変動を抑制して超安定な状態にすることは、蒸留塔の場合は塔底での加熱と塔頂での除熱といった、相反する方向のエネルギー消費を最小にすることにつながり、蒸留塔の性能(商業的指標ではコストパフォーマンス)を最高にすることに繋がる。

#### 6.3.1. 安定的に運転されている蒸留塔(ケース1)

(1) プロセスの記述

検討対象の実プラントの概要を 図2 に示す. これは前述の、4. 1. 6. 2. の検討対象の蒸留塔と同一であるが、本章では、プラント内のあらゆる変数の挙動を解析することを目的として、モデル予測制御系の全変数のみならず、モデル予測制御系に含まれていない変数に対しても解析を行っている。なお、制御の目的、制御周期等は前章で述べた通りである。

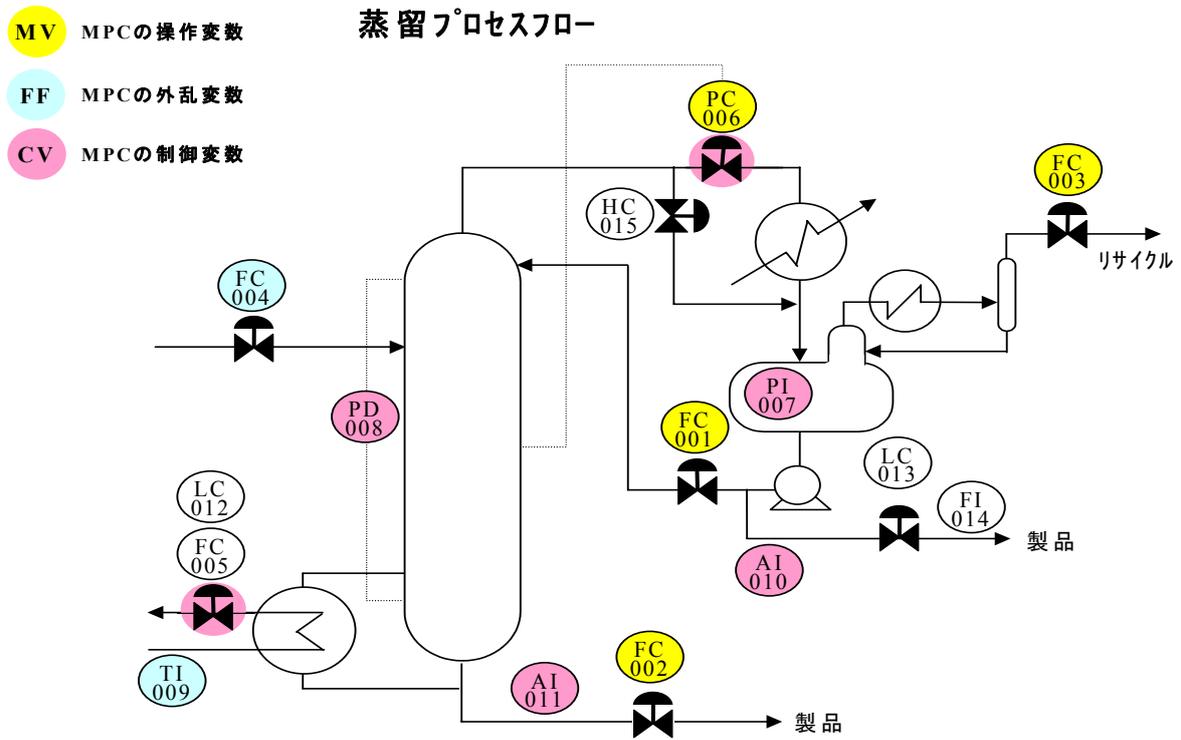


図2 蒸留塔(ケース1)プロセスフロー図

(2) 変動の状態

蒸留塔の操業データ(図2 の各測定点のデータ)を時系列的にプロットした図(トレンドグラフ)を以下(図3)に示す。しかしこれらの図からは、いずれの箇所の状態も時間的に多少の変動を伴っていることはわかるが、それらの間の関係(干渉)については、トレンドグラフからはわからない。

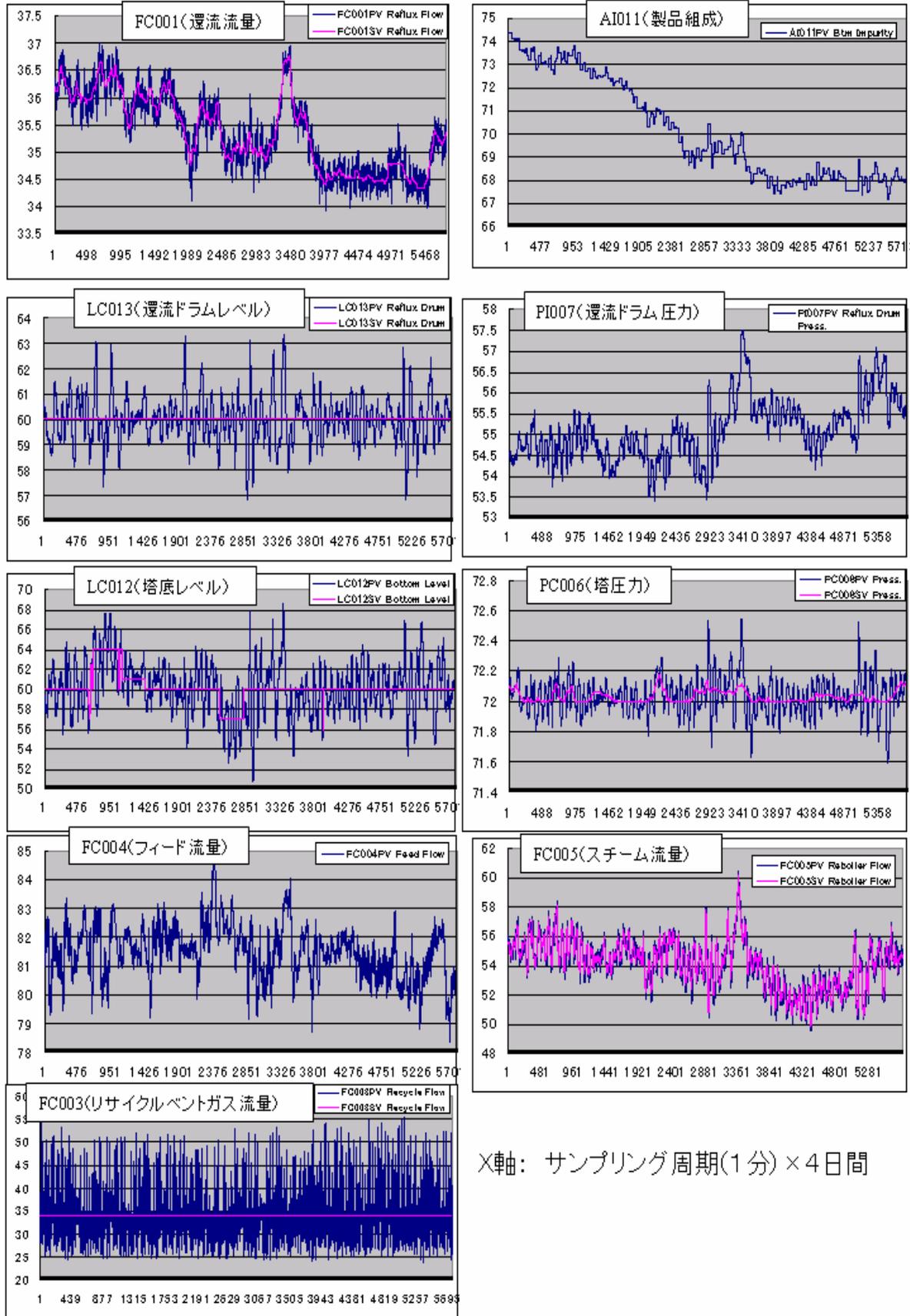


図3 ケース1 プラントの各部分の時系列データ (トレンドグラフ)

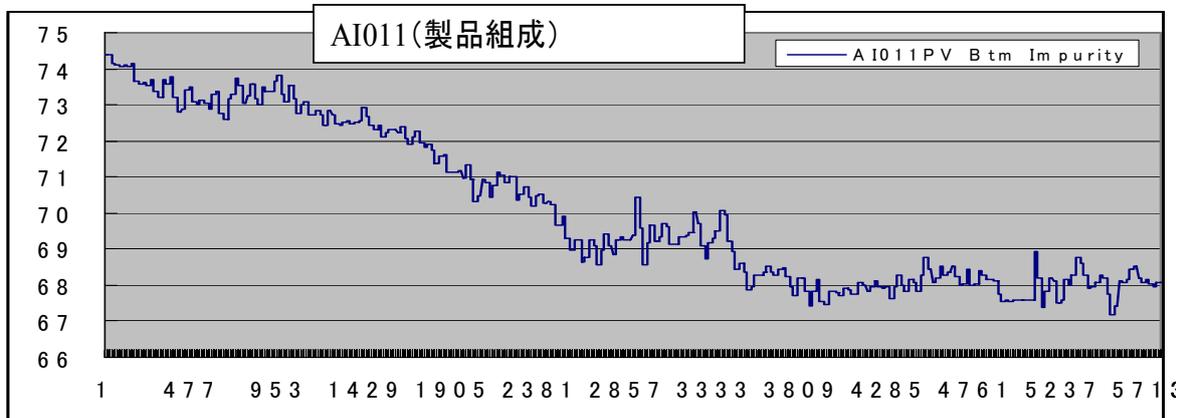
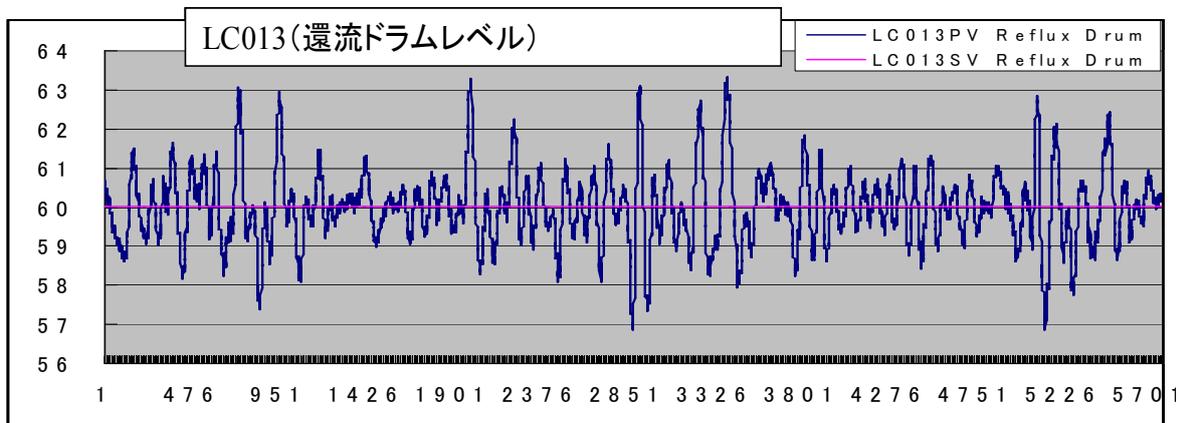
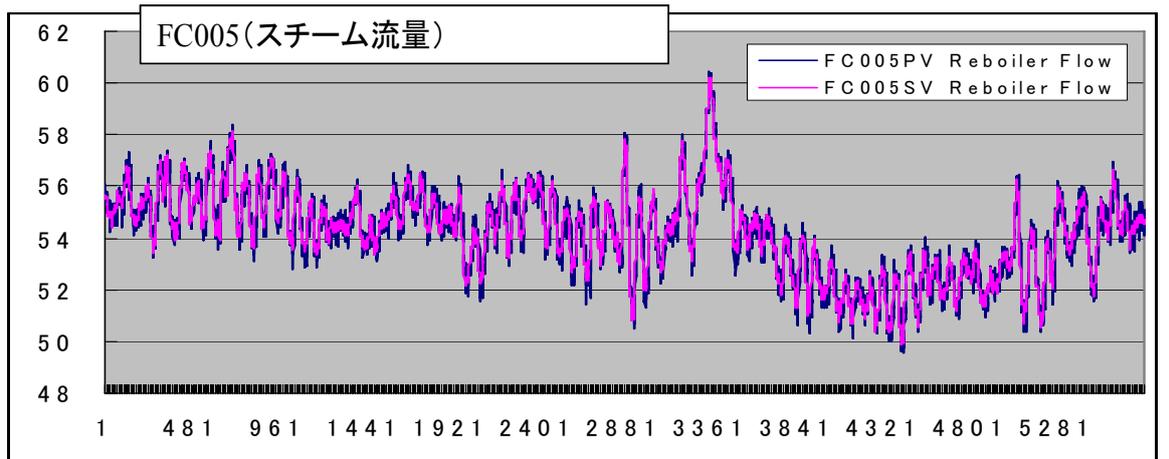
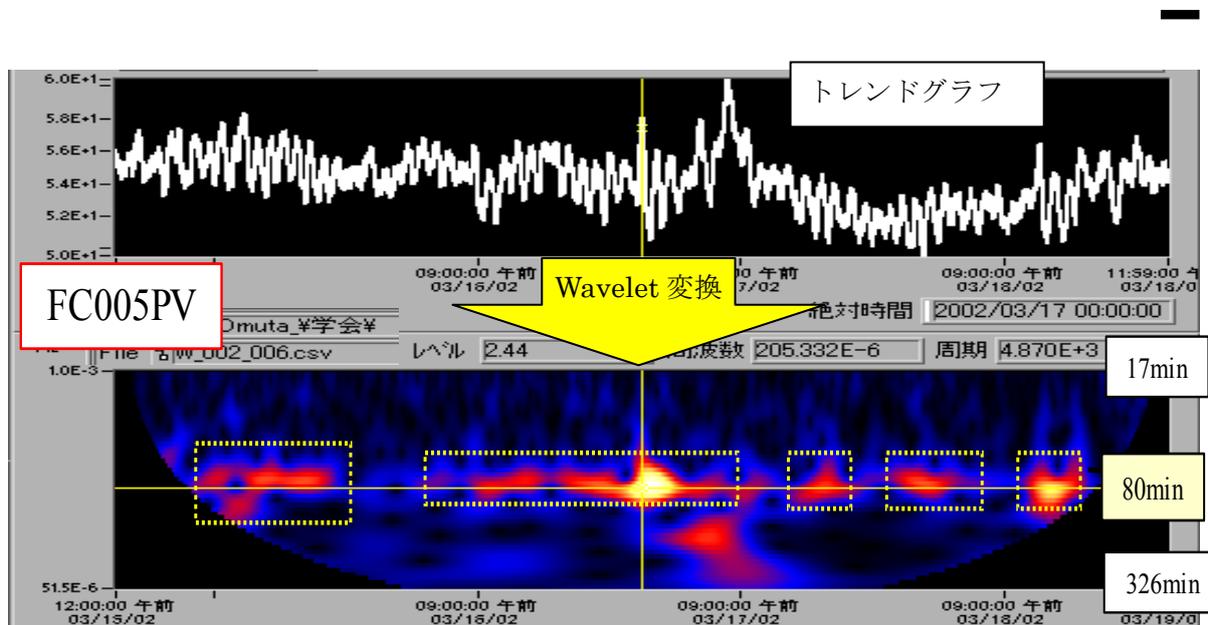


図4 トレンドグラフの拡大比較

図3のトレンドグラフから、3点ほど抜き出して拡大して比較した。それぞれベースラインの動きが違っていたり、ガス組成データ(AI011)はサンプリング周期が異なること(20分周期)から、お互いの関連性の有無はトレンドグラフからはわからない。

(3) ウェーブレット変換による変動の解析

先の蒸留塔周りのトレンドグラフ(図3)についてウェーブレット変換を行って検討を行う。まずは特徴を確認するために、代表的なトレンドデータとして FC005(塔底温度制御スチーム流量)を選び、それをウェーブレット変換したものを図5に示す。



<特徴>

- ① 変動成分には、80分の一定の周期の振動が含まれている。
- ② 80分周期の振幅は、時間とともに変化している。

図5 スチーム流量(トレンドデータ)のウェーブレット変換

各トレンドグラフをウェーブレット変換したものを 図6 に示す。トレンドグラフからは、特徴が見つからなかったが、時間-周波数領域で観察すると FC004, FC003 を除く蒸留塔の状態はそれぞれ 80min の周期で振動しており、その生成消滅のタイミングも一致していることが明瞭に見てとれる。(FC003, FC004 には、80min の明瞭な振動周期は見当たらない。) FC004 については、一部、80min 付近の振動の痕跡が見られるところもあるが、塔の圧力(PC006.PV)の位相と対照して観察すると塔の圧力が上昇した時に FC004 のフィード量が減少するような対応関係になっており、塔の圧力の変動に誘起されてフィード流量(FC004)の変動が生じているように解釈することができる。

そのため、80min の周期を特徴とする変動は塔の制御系において発生し、系の中に伝播していることが考えられる。

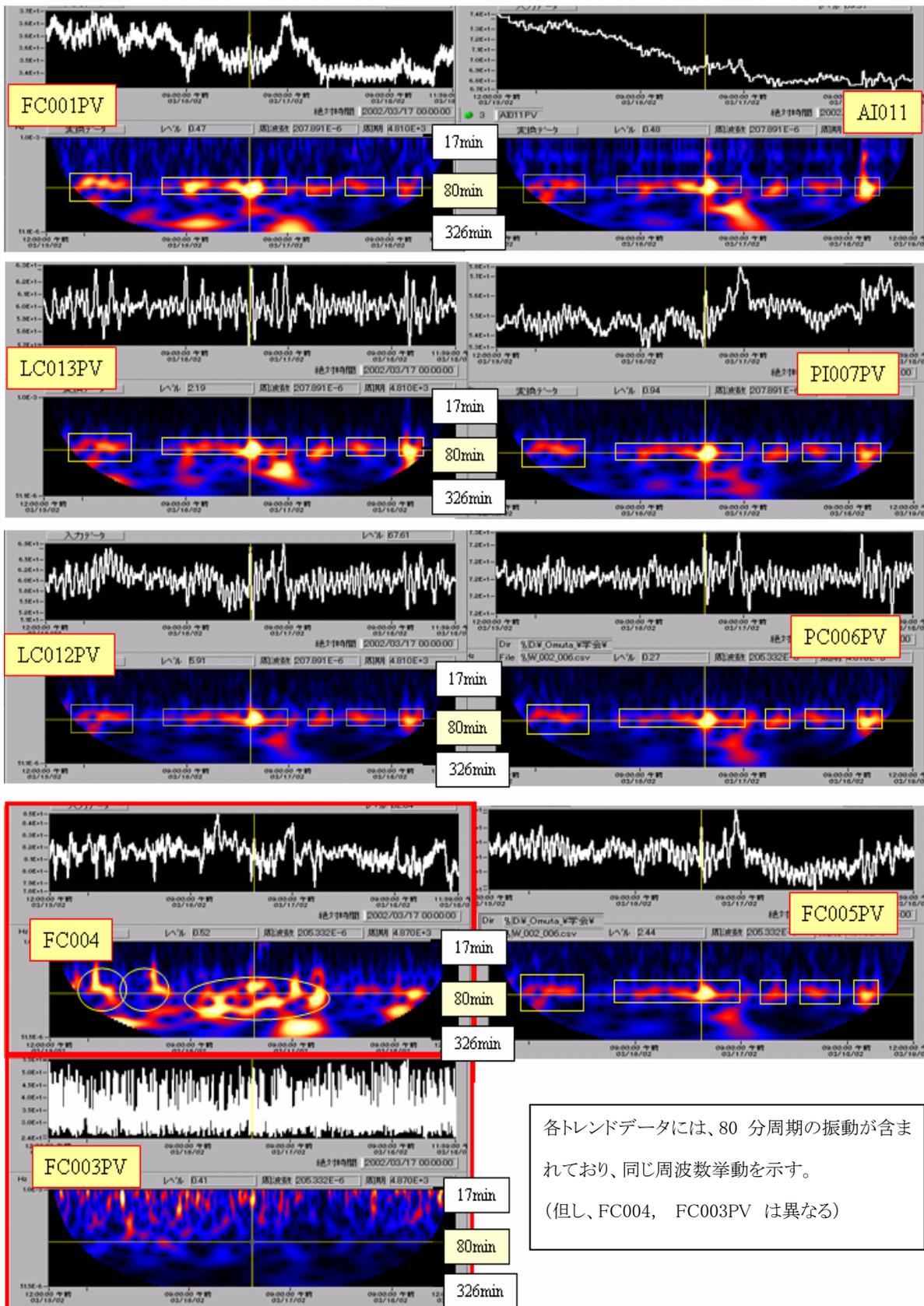


図6 ケース1プラント トレンドデータのウェーブレット変換

(4)バルブの作動状況についての考察

各制御ループのトレンドグラフの目標値(SV)と制御値(PV)の挙動を観察すると、FC005のSV, PVの変動(80分の振動)はほぼ一致しており、他の制御ループではSVの値を中心にして制御値(PV)が80分の周期で振動していることがわかる。このことから、80分の振動的な変動はFC005のSVから発生していることが示唆される。それでは、何故、FC005のSVは常に振動的な指示値を出しているのだろうか？ 図8に、FC005のSVとPVのトレンドグラフを示す。FC005のSV値は上位から常に変更されておりこれに対して流量値(PV)は追従するようになっているが、詳細を見るとSVに対してPVは約5分程度の遅れを持っている。SVとPVの動きを、X-Yプロットで整理すると、増加方向と減少方向(行きと帰り)が異なる軌跡を描いておりヒステリシスの特徴を持つことが示された。(図9 参照)

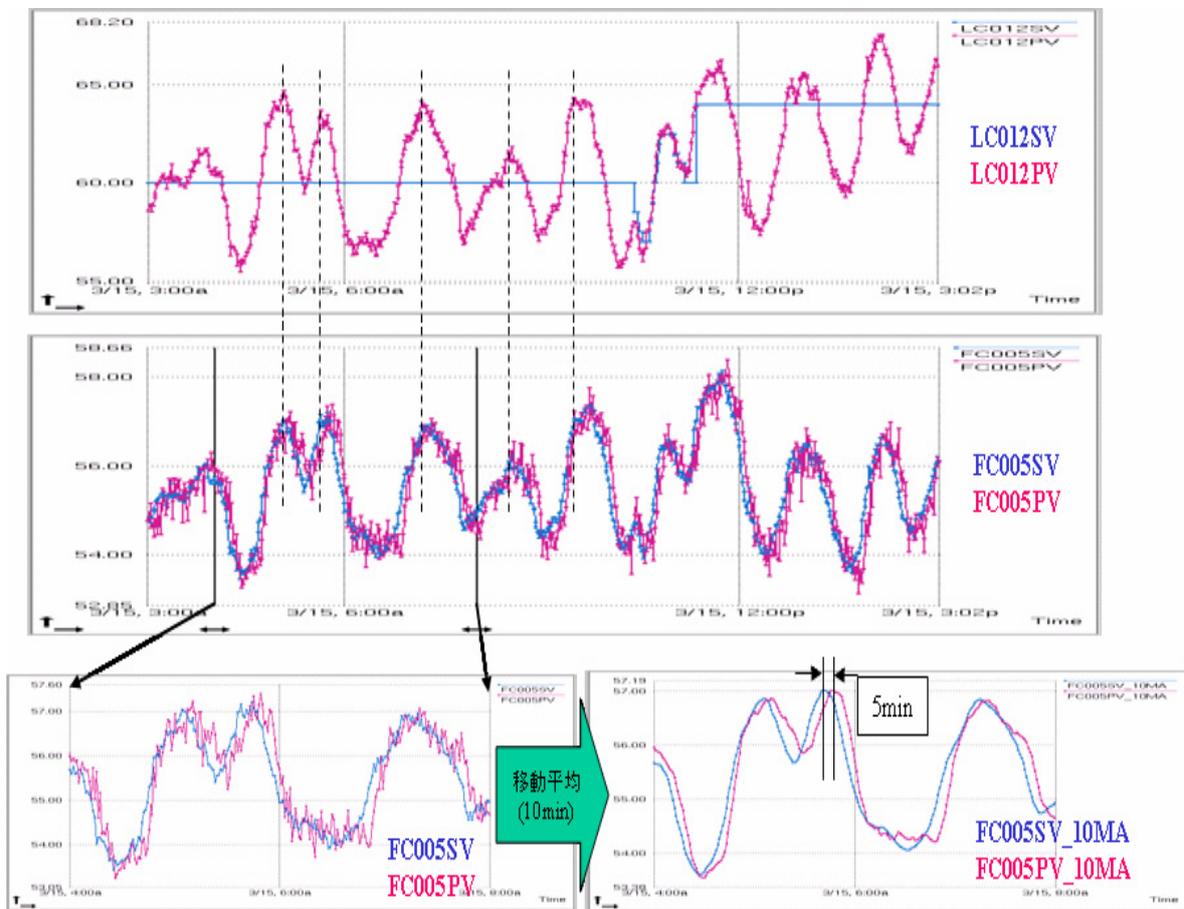


図8 FC005(スチーム流量)の設定値(SV)と制御値(PV)のトレンドグラフ

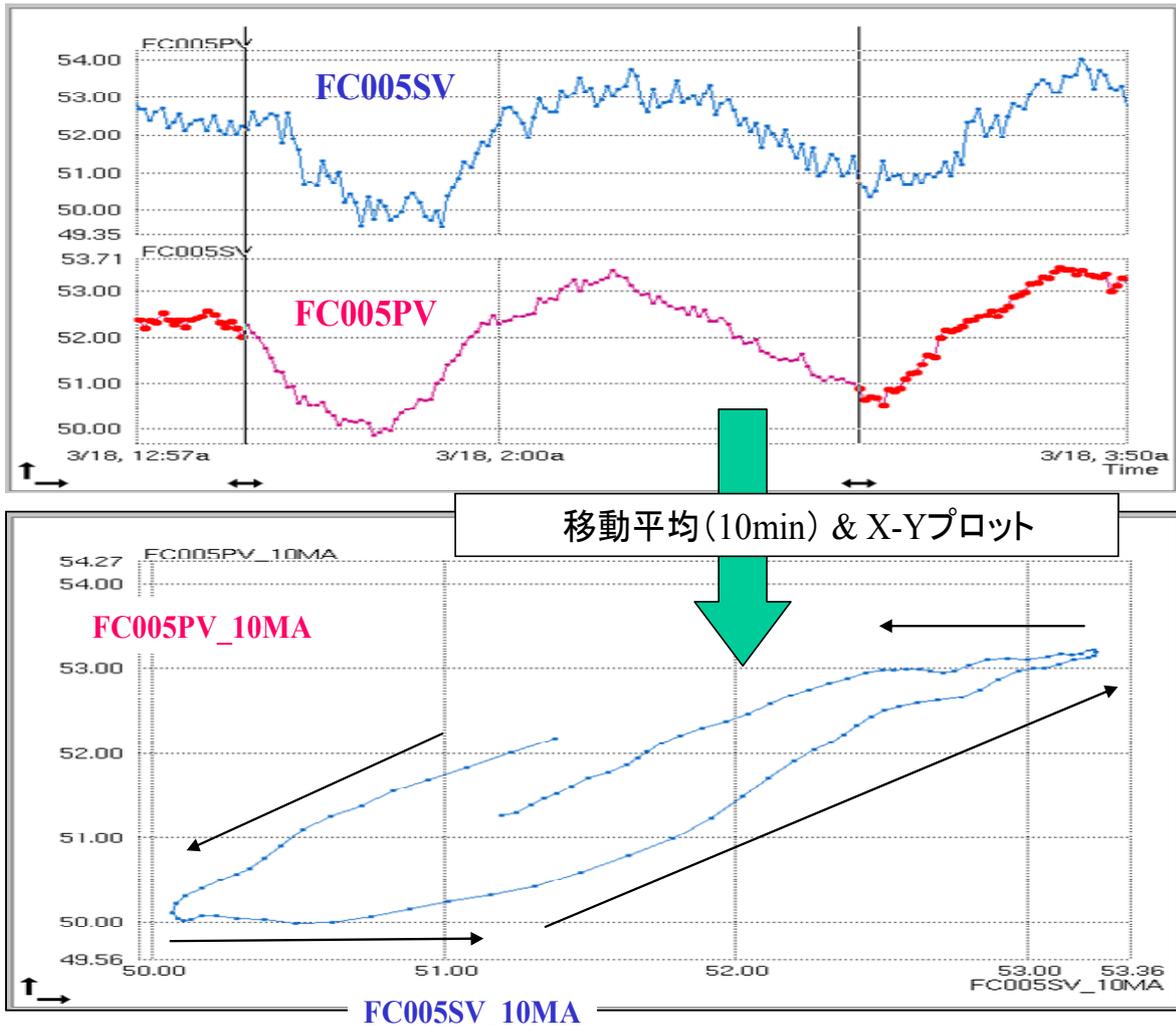


図9 FC005(スチーム流量)の設定値(SV)と制御値(PV)の X-Yプロット図

次に、FC005 バルブ装置の動作についての検討を行った。FC005の流量(PV)と操作量(MV)についてのX-Yプロットをとったものを示す(2002/3/18 0:00～ 24時間, 15:00～ 2.5 時間)。本来、装置としてのバルブは制御信号(MV)に対して、一対一に対応する動きが保証されていることが理想的であり、MV値の増大、減少の動的状態にあってもMVに対応するバルブのポジションは一意的に決まるべきである。(理想的なバルブ動作は、MVとPVの動きが、X-Yプロット上で一つの線になる)

バルブポジションについての情報は本検討のデータでは採取されていないが、バルブポジションの結果としての流量が発生するので、流量についてもMVの動きに対応して一意的に決まることが望まれている。以下(図10)に、FC005の操作量(MV)と制御値(PV)の関係を、トレンドグラフ、X-Yプロットにて示す。

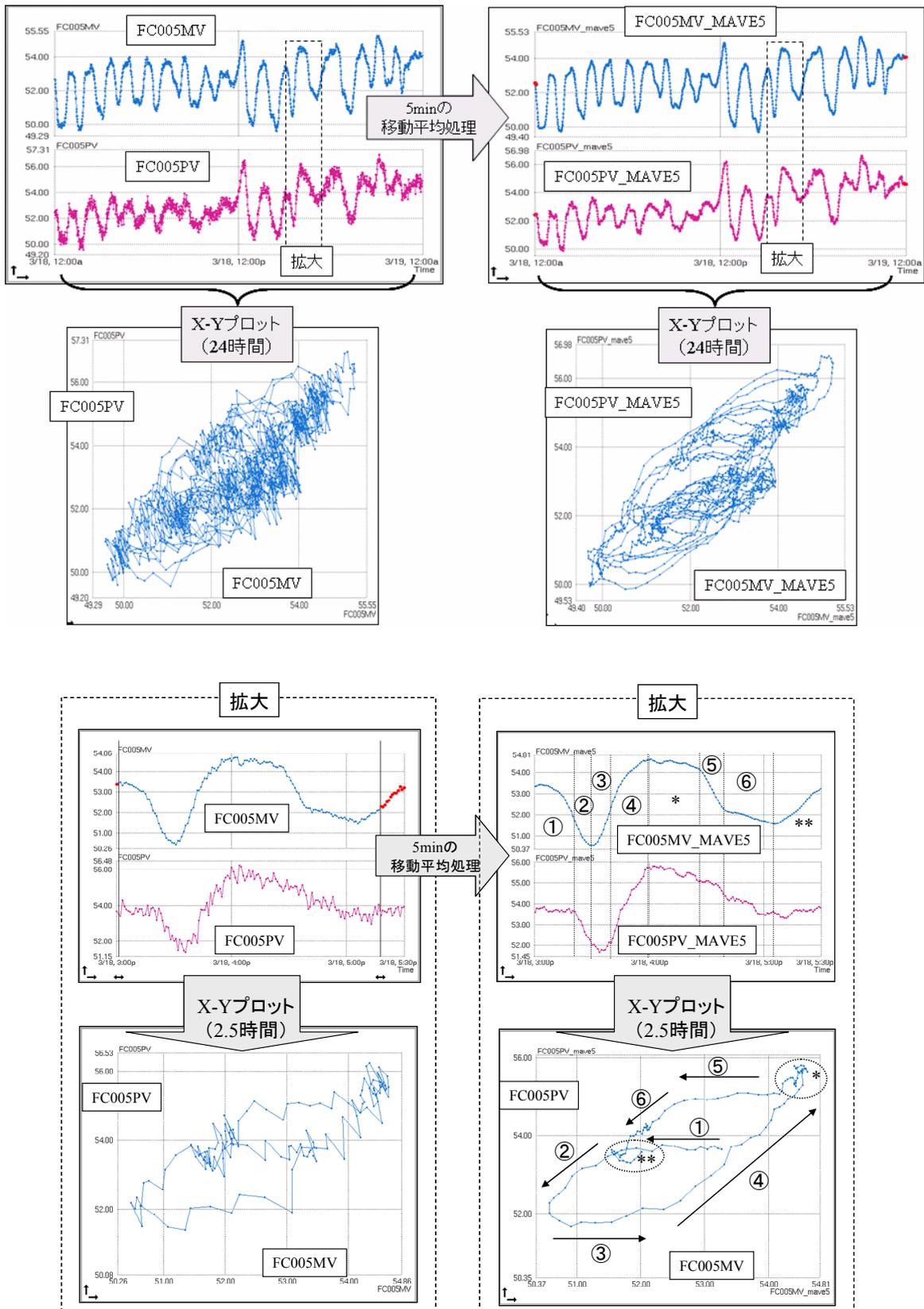


図10 FC005 の操作量(MV)と制御値(PV)の関係

ここで得られたX-Yプロットを観察すると、MVが極小から増加を開始の一定期間と極大から減少を開始する一定期間、MVの変化があるにもかかわらず流量の変化が発生しない。更にMVの増加と減少(行きと帰り)でMVと流量の関係は異なる軌跡を描いている。これから、バルブ信号に対して固着などによりバルブの動作が一意的に対応しない場合(スティクションなどを起こしている時)の典型的なヒステリシスがバルブ動作に含まれていることが推察される。

図1のフィードバックシステムの制御対象(プラント)部分にはバルブが介在するので、バルブ動作も含めて制御系を考える。制御系からの信号(MV)が対象を制御する時、バルブが操作端として存在する場合は、MVがアクチュエータを介してバルブを動かし流量(CV)へと変換していく。このとき、バルブの動作にヒステリシスがあると、MVからCVの間に時間的な遅れが発生しPLANTに無駄時間が存在している場合と同様になる。一般的に制御対象に無駄時間がある場合、フィードバック制御が難しくなることからわかるように、バルブのヒステリシスは制御系の能力を低下させることになる。

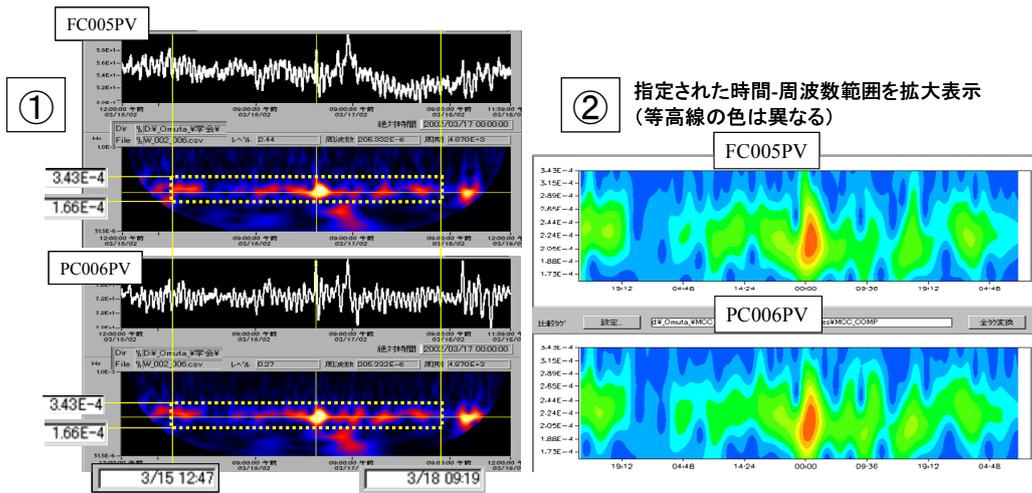
複数の蒸留塔を含む蒸留システムにおけるケーススタディでは、プロセス全体に比較的長周期(150 min付近)の振動が伝播しており、その原因の一つが制御バルブ挙動の非線形性に由来していることが報告されている。<sup>(4)</sup> 本ケース(ケース1)の蒸留塔の場合、このバルブのヒステリシスが持続振動の直接の発生原因かどうかは特定できないが、レベルの制御性能を低下させる可能性があると思われる。

#### (5) 持続振動の発生原因についての考察

本ケース(ケース1)のように系全体の持続振動が見られる場合は、系のどこかに振動の根本原因(Root Cause)が有り、それが系全体に伝播していることが考えられる。本ケーススタディでは各所からの信号について Wavelet 変換が行われており、図6のごとく 時間一周波数領域でのスペクトルパターンが既に得られているのでこれを利用して、持続振動の Root Cause を特定することを試みる。

プロセスの入力信号と出力信号を周波数に分解して同一の周波数帯で比較すると、出力信号の位相にはプロセスの伝達関数(たとえば、無駄時間+1次遅れ)に応じた遅れが含まれる。そのため、入力と出力の周波数成分を時間軸方向にずらしながら相関係数を計算することで、両者の時間のずれを測定することができる<sup>(5)</sup>。また、プロセス入力=原因系、プロセス出力=結果系、という考えに立てば時間的な順序から結果系に先行する原因系を特定することができる。(あるいはもっと単純に、同様な事象が複数存在する場合、時間的に先に起こった事象は後の事象の原因と考えることができる。)

そこで、図6に見られる時間一周波数領域のスペクトルについて周波数を持続振動周波数領域に絞り、時間領域をシフトさせながら3次元(時間、周波数、振幅強度)の相関係数を測定し、各信号の時間的な順序を見つけていった。(図11, 図12 参照)



- ①信号をWAVELET変換して、時間一周波数領域図を描く。
- ②比較対照する信号の時間一周波数範囲を切り出す。
- ③類似度評価法で、両者の類似度を定量的に算出する。

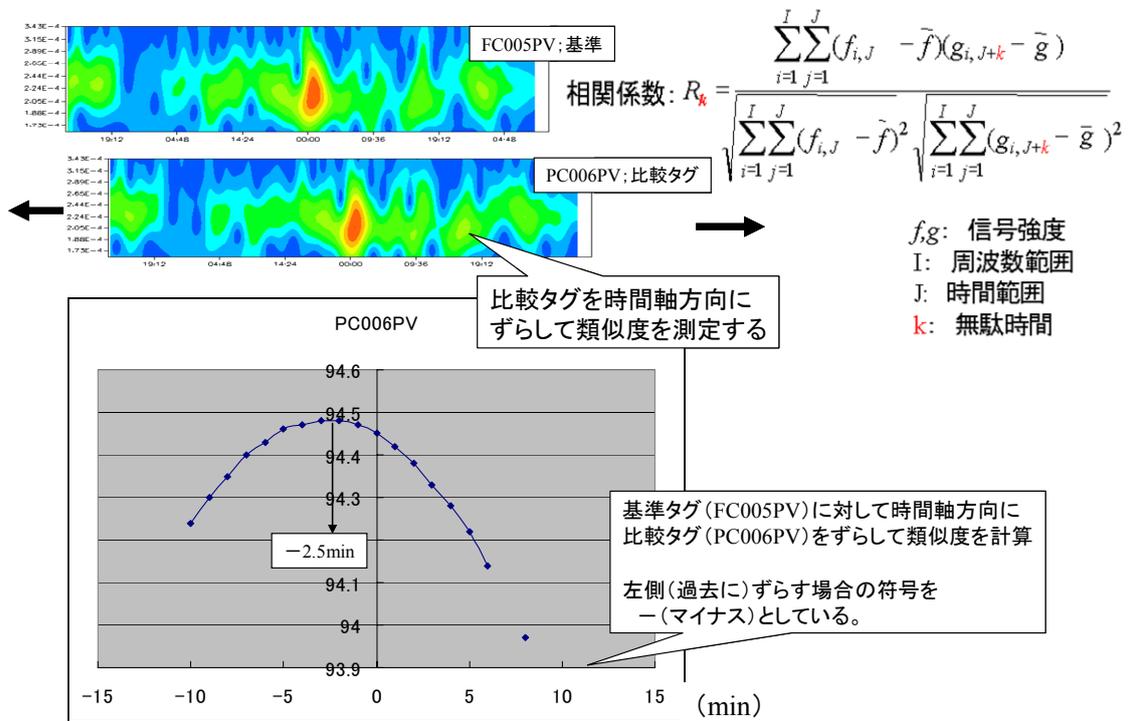


図11 信号の時間的順序の算出方法

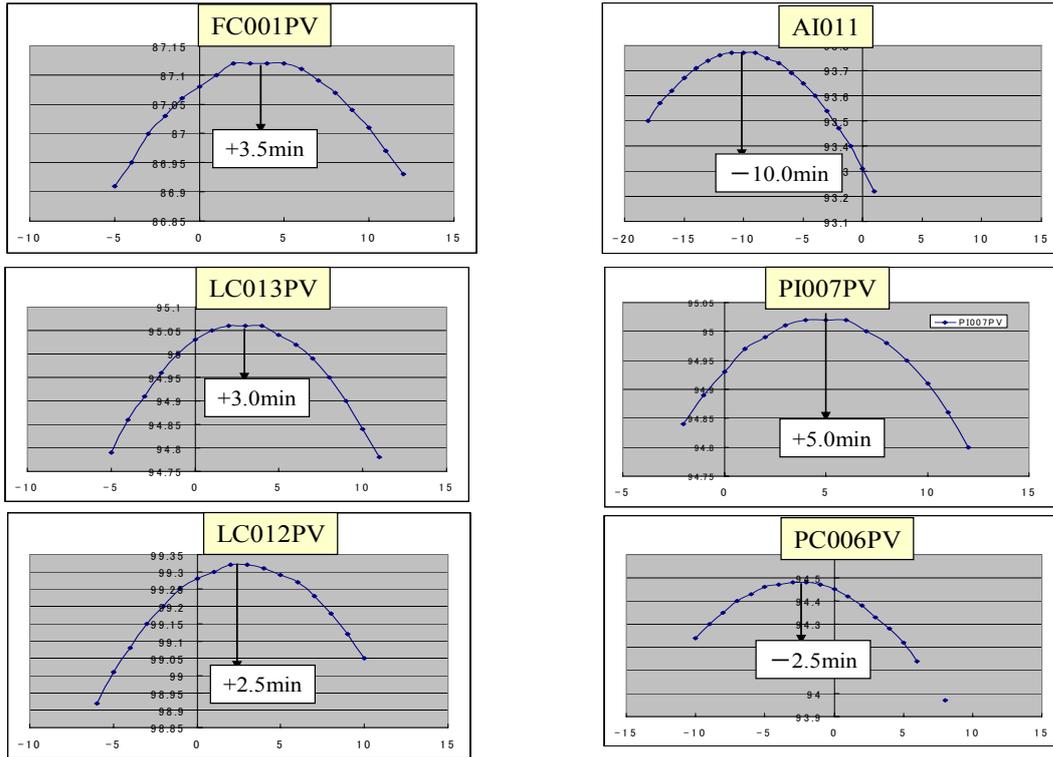


図12 各信号の FC005 に対する前後関係 (+:早い, -:遅い)

FC005PVの信号を基準として、それに対する各信号の時間的ずれを測定したところ、各信号の時間的な順序は以下ようになった。(括弧内は、基準信号からのずれ時間。+:早い, -:遅い)

PI007PV (+5min) → FC001PV (+3.5min) → LC013PV (+3.0min) → LC012PV (2.5min) → FC005PV (0min) → PC006PV (-2.5min) → AI011 (-10min)

これによると、持続振動の Root Cause に一番近いものとして、PI007PV、その次に FC001PV が示されている。そこで、PI007PV、FC001PV の関係について調査を行った。

PI007PV は還流ドラムの圧力でありこれは塔の圧力制御(PC006PV)の下流となっているがこの圧力の制御は行われていない。そのため、還流ドラムの圧力は流量バランス、温度変化から決まる。

FC001PV は MPC の制御変数となっているために、上位の MPC から設定値(SV)が与えられてこれに対応した流量を出力するように設計されている。

まず、FC001PV の FC001SV に対する追従性(下位システムの制御性)を調べたところ、SV に対する PV の追従性が悪く、PVの値は遅れている(図13 参照)。そこで、操作信号(FC001MV)と被制御信号(FC001PV)の関係を調べたところ、MV に対してPVがかなりずれて発生しておりピークの位置で比較すると30minほどの遅れが観測された(図14 参照)。この原因を探るべく上流の圧力(PI007PV)と FC001PV の関係を調べたところ、FC001PVはPI007PVの変動に大きく影響されており、バルブ操作信号(FC001MV)との関係を阻害していることが推定された。(図15 参照)

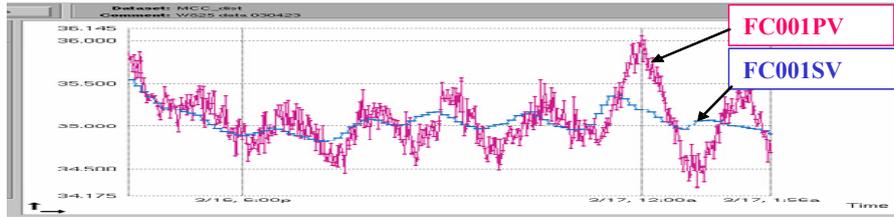


図13 FC001PVの設定値(SV)に対する追従性

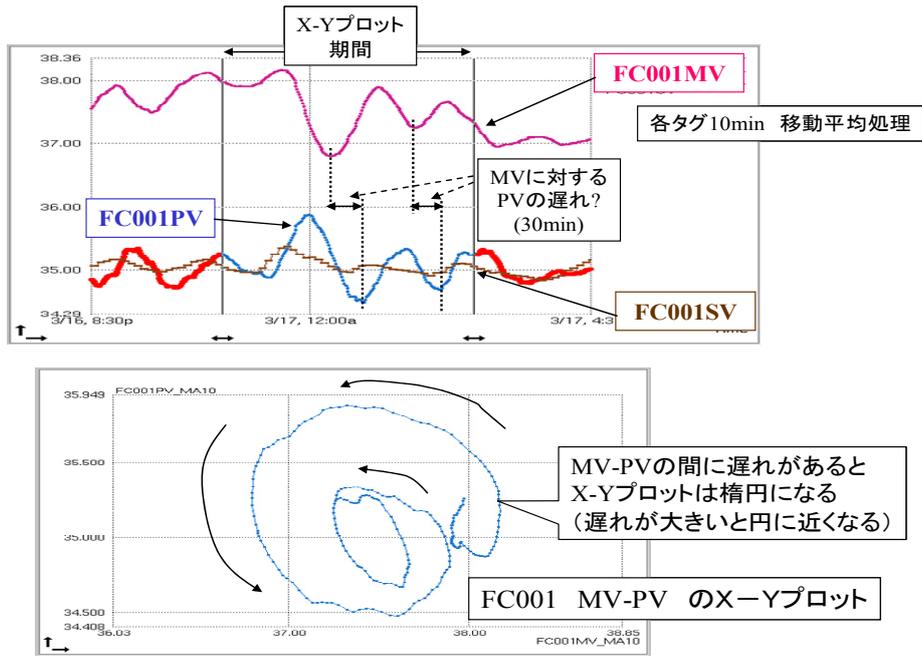


図14 FC001MVとFC001PVの関係

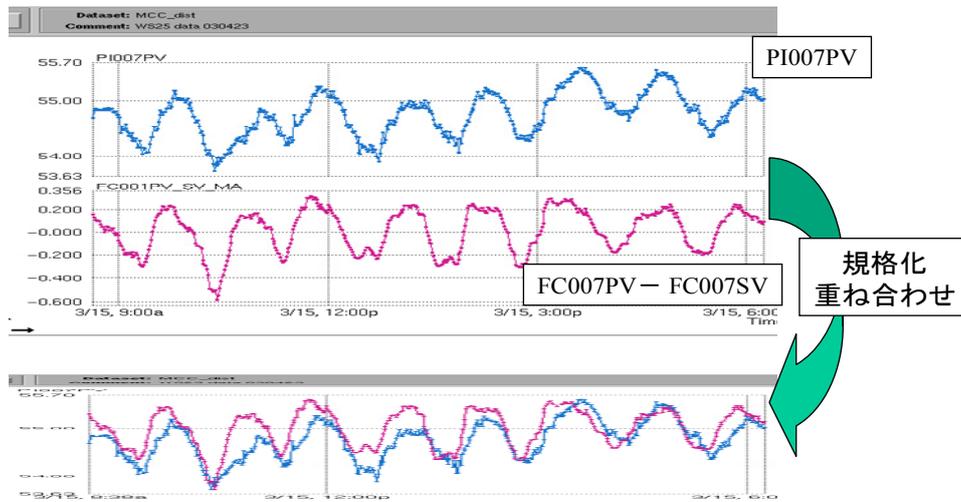


図15 FC007 への上流圧力(PI007PV)の影響

これまでの関係を整理してみる。

MPC からの制御信号(FC001SV)が還流流量(FC001PV)を制御しようとしているが、還流ドラムの圧力(PI007PV)の変動は塔に還流する流量(FC001PV)へ大きな外乱となるために、流量制御の関係(FC001のMV-PV)に制御上の遅れ(30min)を生じる。SVとPVの差を修正するために、MPCからは常にSVにより修正変更が指示されるが、外乱のためにSVとPVが一致することは無い。これが、還流ドラムにおける持続振動(80min周期)の発生につながっている可能性が高い。

更に、ここで発生した持続振動は、還流流量の変動となって塔に戻り塔底のレベルは変動する傾向を持つ。塔のレベル制御系はバルブのヒステリシスがあるためにこの変動(LC012PV の変動)傾向を抑制する能力が十分でない。そのため、状態の変動は塔の圧力変動(PC006PV)にまで伝播し、塔全体の持続振動になっていくのだろう。

結局、Wavelet による時間一周波数領域のスペクトルから求めてきた持続振動の Root Cause の場所に、制御上の問題点(バルブ挙動における、MV-PV 挙動の非線形性)が有った。そしてその MV-PV 挙動の非線形性は、バルブ上流側の圧力変動により引き起こされており、この流量制御に関する非線形が持続振動発生の原因になっていると考えられる。

対策としては、FC001PVの積極的な操作を控えること(たとえば、MPC の操作端から切り離して、下位の制御ループでの定値制御)、あるいはPI007 の圧力を積極的に一定にするために、PI007-PC003 の還流ドラム圧力のカスケード制御を行うことがあげられる。しかし、実際のプラントでの変動抑制の具体的な対応についての検討は本ケーススタディの範囲ではない。

具体的な対応の検討においては、変動の大きさにより発生している不具合の程度や調整作業のコスト、対応によって得られる効果の大きさ、などについての総合的な判断に基づいて対応策の実施が決められる。試みに、対応策の候補を列挙すると以下のようなものがある。

- ① 上位から切り離して下位システムによるFC001 定値制御
- ② 還流ドラム圧力(PI007PV)の定値制御(PC007-FC003 のカスケード制御)
- ③ FC005のバルブの点検、メンテナンス実施

### 6.3.2. 系全体が変動している蒸留塔(ケース2)<sup>(6)</sup>

#### (1)プロセスの記述

蒸留塔のプロセスにおいて各所の状態量(塔底レベル、塔圧力、塔底温度、フィード量)のトレンドデータについて検討する。以下にプロセスフローを示す。(図16 参照)

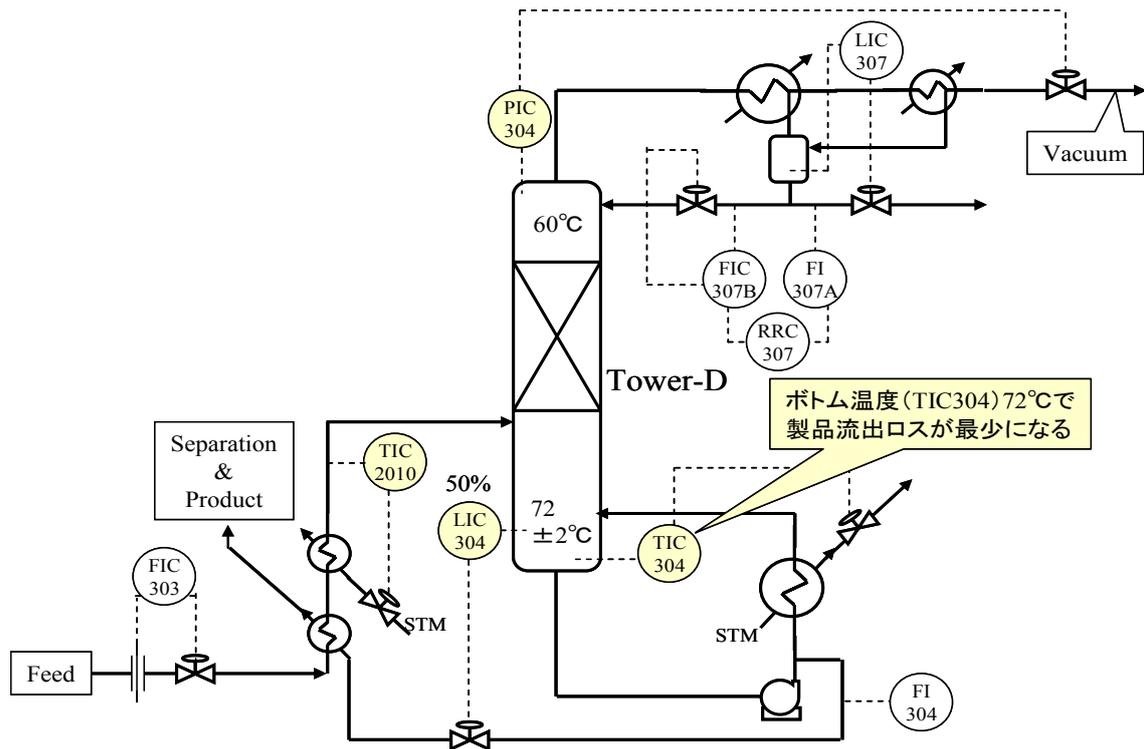


図16 蒸留塔(ケース2)プロセスフロー図

(2) 変動の状態と操業上の問題点

塔圧力制御(PIC304.PV, PIC304.MV)、塔底温度(TIC304. PV)、塔底レベル(LIC304.PV)、フィード温度(TIC2010. PV)の運転中のトレンドデータを調べた。トレンドグラフから塔全体の各種状態量が振動しており系全体が不安定になっていることがわかる。一見すると、制御系全体に問題があるように見えるが、一部のフィードバック制御のパラメータ調節が不適切で、それが原因で一部に振動が発生してその変動が系全体に伝播している可能性もある。しかし、原因となっている制御ループはどこで、どの範囲まで影響が伝播しているのかはトレンドグラフだけではわからない。ちなみに、塔の各部分の状態は以下のように変動しており、この変動は運転でも意識されている。

PIC304.PV(塔圧力):  $26 \pm 2$  kPa abs (減圧蒸留),      TIC304.PV(塔底温度):  $72 \pm 2^\circ\text{C}$   
 LIC304.PV(塔底レベル):  $50 \pm 2\%$  ,      TIC2010.PV(フィード温度):  $86.3 \pm 0.3^\circ\text{C}$

(3) ウェーブレット変換による変動の解析

それぞれのトレンドデータについてWavelet 変換を行いそれらについての比較を行ったところ、時間一周波数領域上に特徴的なパターンが現れた。塔圧力制御(PV,MV)と塔底温度 のパターンは 42 分付近の振動周期が共通しており、塔底レベルには、42分は無く24分の振動周期を持つ。Feed 温度には特定の振動周波数は見られない。これらのことから、塔圧力と塔底温度の変動は関係しており、塔底レベルとFeed 温度はそれぞれ独立した変動であることが示唆される。

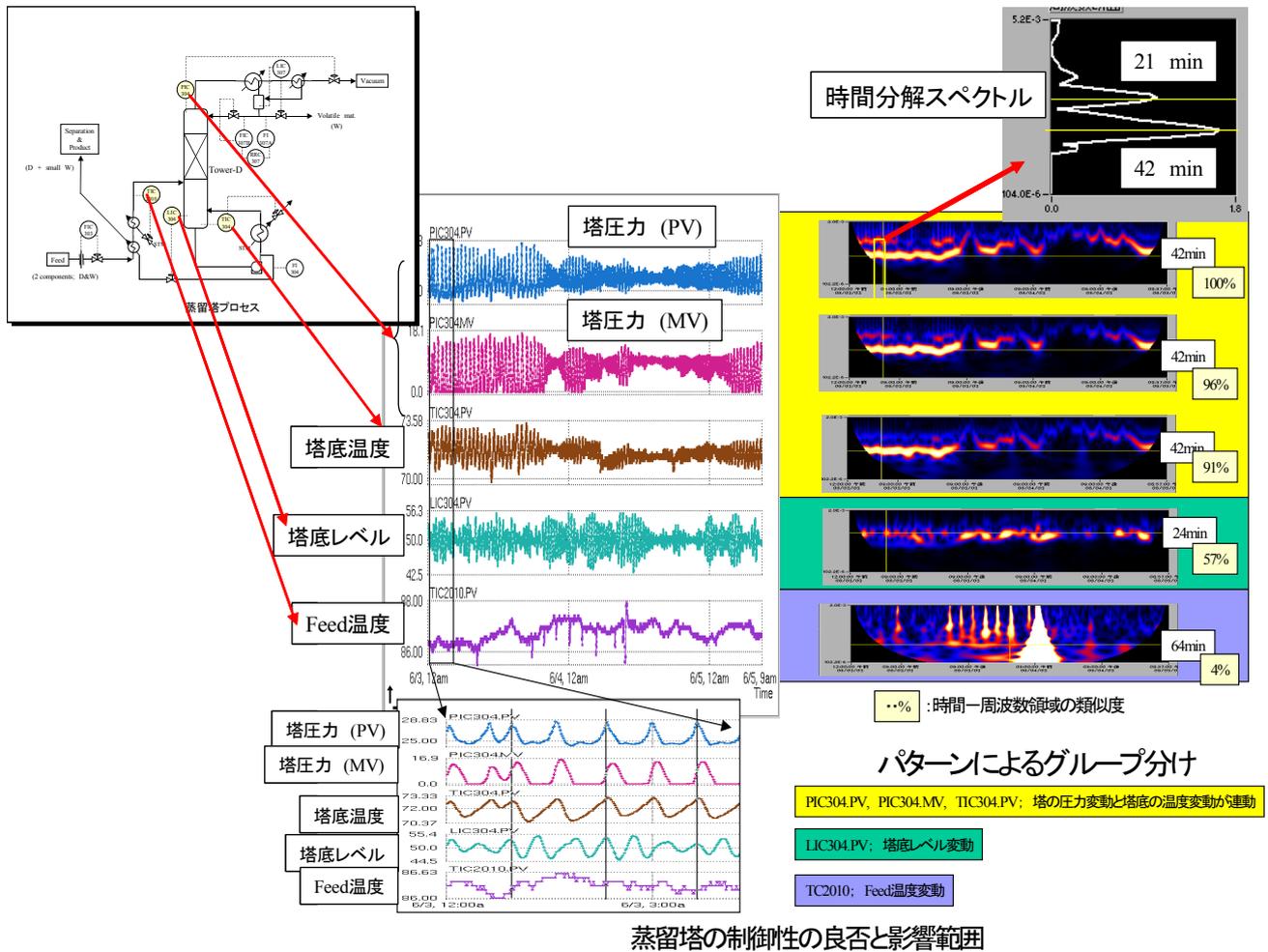


図17 ケース1の運転データと Wavelet 変換

(4) 変動原因についての考察

塔圧力 と 塔底温度 のパターンを仔細に観察すると 塔圧力 には塔底温度に比べて顕著な倍音の振動(20分付近の周期)が存在していることがわかる。倍音が顕著に存在することは、振動の原因 (Root Cause)に近いことを意味しており、塔圧力の制御系が40分付近の振動の発生元でここから発生した振動が 塔底温度の変動に伝播していると推定される。以上の検討に基づき、塔圧力制御系 (PIC304)についてPIDパラメータの調整を行った。

PIDパラメータの調整は、圧力制御系をマニュアルモードにして、ステップテストからの応答をとり、標準的な無駄時間、時定数の同定方法を試みた。調整前のパラメータは積分動作が強く、これを弱める方向で以下の数値に調整した。

調整値: P304 P:240→120, I:60→600sec D:0→0sec

パラメータ調整前後の蒸留塔の状態を図19に示す。パラメータ調整の前後比較から明らかなように、

塔圧力制御のパラメータの調整を行うと、塔圧力に関する振動が消滅すると同時に塔底温度の振動も無くなる。そして、塔底レベルの振動はそれとは無関係に継続している。

当初の Wavelet 変換から推測された関係(以下)がPIDパラメータ調整により確認された。

「P304 と T304 は干渉しており、L304, T2010 はそれとは独立に変動していること」

補足ながらのベルト、ケース2のプラントのパラメータ調整後は、塔の安定的な運転が行われるようになり、運転操作に関する労力削減と、安定的な運転の継続により効率的な生産が行われるようになった。

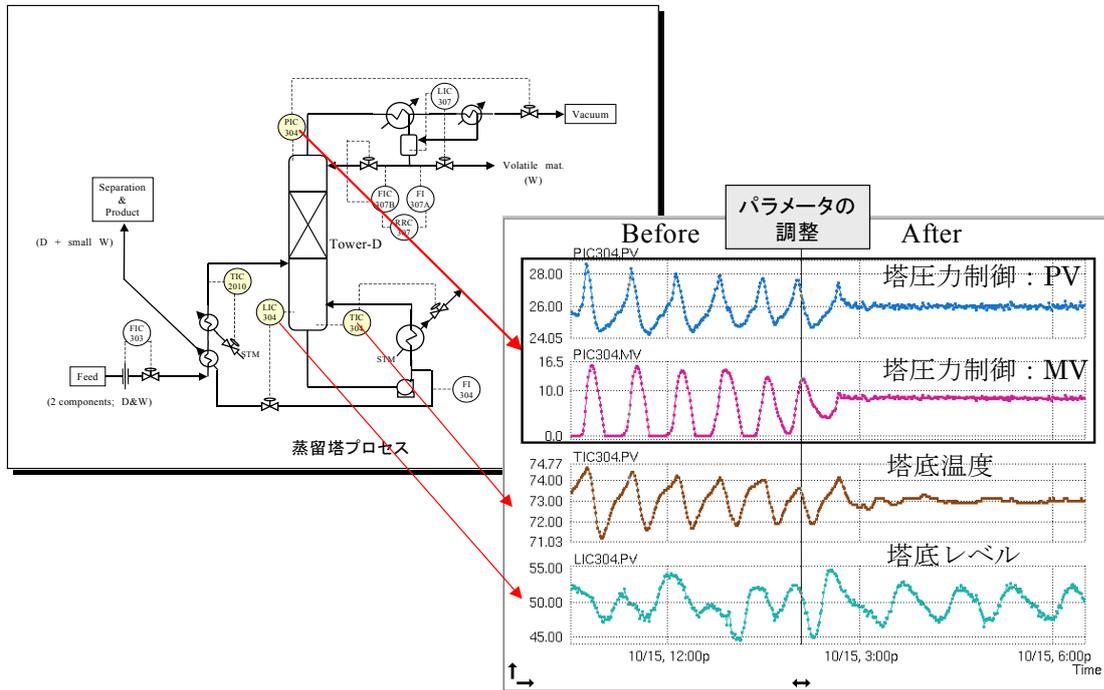


図18 蒸留塔の圧力制御系 におけるパラメータ調整とその影響

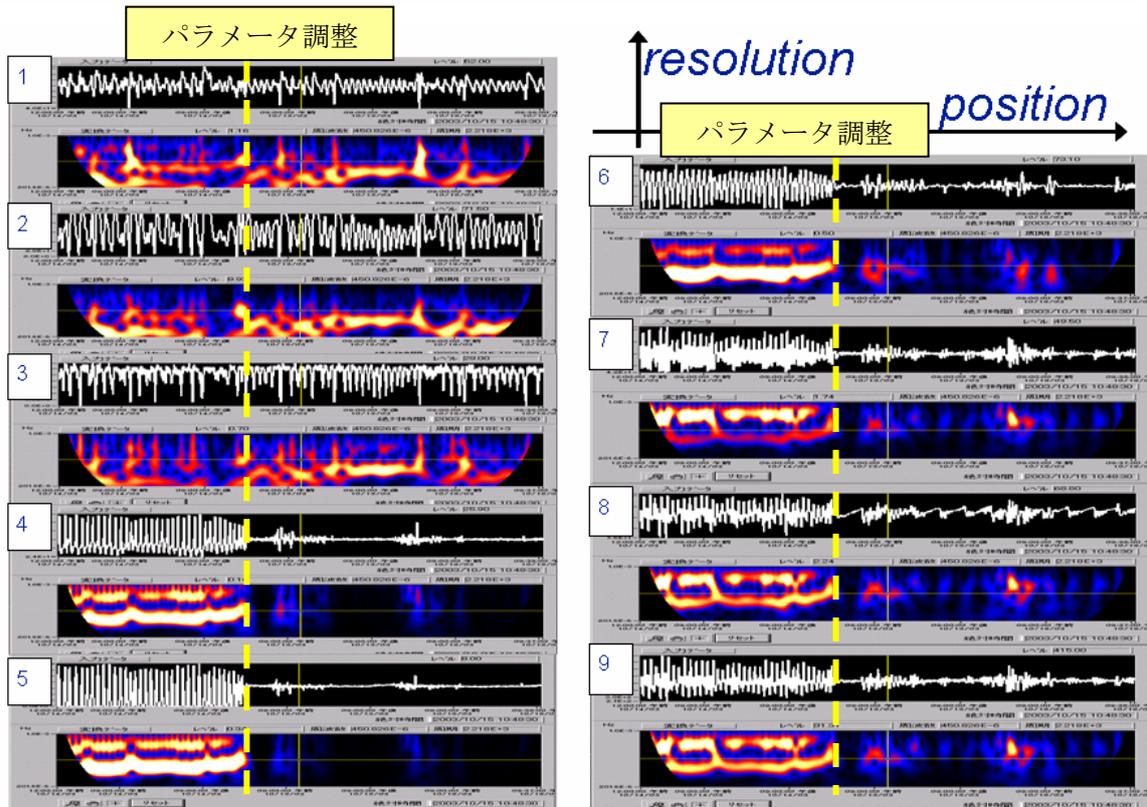
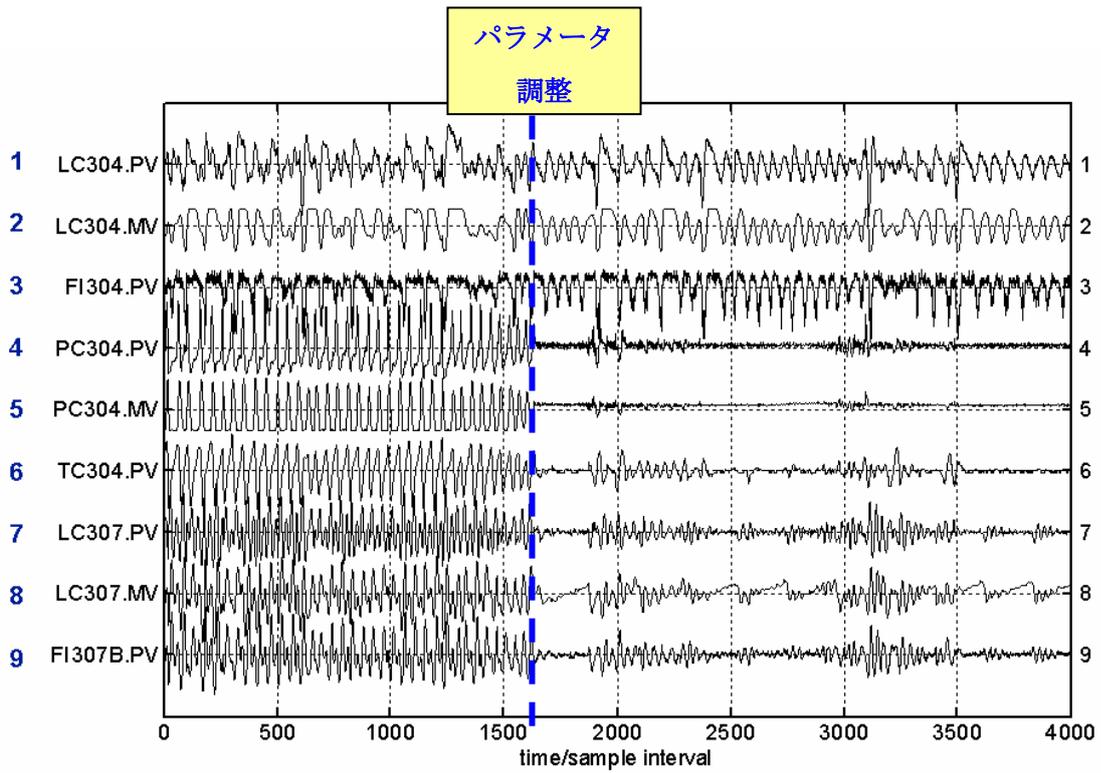


図19 ケース1プラント 各部分運転データとそのウェーブレット変換(詳細図)

#### 6.4. 結論

- (1) 蒸留塔の制御系から得られる時系列データにウェーブレット変換を応用することで、制御系の不良による持続振動を見つけ出すことが可能になった。
- (2) 持続振動を起こしている系の周波数－時間領域のスペクトルの時間的な関係から、Root Cause を特定した。
- (3) 制御系に非線形応答が存在すると定周期の振動が発生することを実際の蒸留塔の運転データで確認した。
- (4) 非線形応答は、バルブの開度制御と流量(MV－PV)の関係に現れることが多く、この関係はX－Yプロットの形状により確認できる
- (5) いったん発生した振動は、蒸留塔の系全体に伝播する。
- (6) 系全体に広がる振動を抑制するには、制御系のデータに含まれる非線形性に注目して振動の発生元(Root Cause)を特定し、これについての対策を講じることが効果的である。
- (7) 蒸留塔全体に伝播した振動的な変動のRoot Causeを発見し、これへの対処を行うことで系全体が安定化することを実証した。(ケーススタディ2)

#### 参考文献

- (1) Thornhill,N.F., Cox,J.W. and Paulonis,M., 2003, Diagnosis of plant-wide oscillation through data-driven analysis and process understanding, Control Engineering Practice, 11. 1481-1490
- (2) 橋本伊織、長谷部伸治、加納学 「プロセス制御工学」 朝倉書店 2002年
- (3) 山本重彦、加藤尚武 「PID制御の基礎と応用」 朝倉書店 1997年
- (4) Vinay Kariwala, M.A.A.Shpukat Choudhury, Sirish Shah, J.Fraser Forbes, Edward S Meadows, Hisato Douke, Haruo Takada, 2004, “Detection and Diagnosis of Plant-wide Oscillations: An application study” IEEE APC in Vancouver, session paper
- (5) IMS国際共同研究(0303:プラント操業における高度エンジニアリング手法に関する研究) 報告書
- (6) Matsuo,T., Tadakuma, I., Thornhill,N.F., 2004, Diagnosis of a Unit-Wide Disturbance Caused by Saturation in Manipulated Variables, IEEE APC in Vancouver, session paper

## 第7章 モデル駆動PID制御 —その特徴と応用例—

モデル駆動PID制御についての解説

執筆者

行友 雅徳

(株)東芝 電力・産業システム技術開発センター

重政 隆

東芝ITコントロール(株)

## 7.1. はじめに

PID 制御<sup>[1]</sup>は産業界の基本制御技術として広く使われている。プロセス制御分野では、90年代にプラントの高収率・高効率運転を実現するためにモデル予測制御が導入され、より効率の良い運転管理を推進しつつ、同時に下位ループであるPID制御ループの性能底上げの必要性が高まった。すなわちモデル予測制御による最適な操作量(MV)を下位の制御ループの目標値(SV)とするので、下位の制御ループのAuto化や制御性能の向上化が課題となった。また分散した計器室の統合による運転監視制御の省力化・効率化、省エネルギー・高効率化、環境対応を一段と推進するには、下位のPID制御ループの見直し・底上げも必要である。

世界のプロセス制御ループ数全体の1/3程度が良好で満足できるが、手動のまま使われているのが1/3、制御性能が poor あるいは Fair と評価されているのが残りの1/3という報告<sup>[2]</sup>もある。PID 制御が苦手の制御対象も実はある。具体的にはむだ時間系、積分系、不安定系、ゼロ点系などである。この2/3の制御対象のなかには、このPID 制御が苦手なケースが含まれているように思われる。このような問題点を解決するためにこれまでI-PD 制御や2自由度PID 制御などのアドバンスドPID 制御が提案されてきた<sup>[1]</sup>。これらアドバンスドPID 制御でも、むだ時間が長いプロセスに対しては十分な制御性能が得られなかった。

近年”モデル駆動制御”という概念が東京大学木村教授より提案された<sup>[5]</sup>。この概念は、“a control system architecture which uses a model of the plant as a principal component of controller”と定義され、制御構造を理解しやすい、調整が容易、高いロバスト性を持つといった利点がある。Dr.Shinsky が提案するPID  $\tau d$  制御<sup>[3]</sup>やProf.Morari 等のIMC(Internal Model Control)<sup>[6]</sup>などはこのモデル駆動制御の概念に属すると考えられる。しかし、これらPID  $\tau d$  制御やIMC は、不安定プロセスに対して使いにくく制御性能が得られないという課題がある。

そこで、モデル駆動制御の概念に沿い、PID 制御に比べ適用範囲が広く、しかも2自由度制御機能まで付加したモデル駆動PID 制御システムを提案してきた<sup>[7]~[11]</sup>。実フィールドでの実績もでてきたので、ここではモデル駆動PID 制御の構造、特徴などをレビューし、実システムでの適用結果を紹介する。

## 7.2. モデル駆動PID 制御システムの構造

モデル駆動PID 制御システムのブロック図をFig.1 に示す。ここで、 $r, u, y, d$  は各々目標値、操作量、制御量、外乱信号を表し、 $P(s)$ が制御対象を表している。次の3点が構造上の特徴である。

- 1) 主制御器(Fig.1 内の Main Controller)が用いるモデルとして、制御対象(Process)の特性によらず、むだ時間を持つ1次遅れを用いたモデル駆動制御構造とした。
- 2) 主制御器内部に2次の進み遅れから構成されるQ Filter を備えている。このQ Filter は現場調整要素の役割を果たしており、パラメータ $\lambda$ は目標値からの応答速度を調節でき、更にパラメータ $\alpha$ は目標値からの応答速度を変えることなく外乱に対する抑制性を調整できる。

主制御器のQ Filter と Model からなる正帰還ループ内に積分器が形成されるので、内部モデル原理に

よりステップ外乱やステップ目標値に対してオフセットは発生しない。

3) 制御対象  $P(s)$  に対して比例と微分から構成されるローカルフィードバック(PD Feedback)を用意している。この制御対象  $P(s)$  と PD Feedback 全体を“見かけの制御対象”とし、これを  $G(s)$  とすると、これが主制御器である Main Controller の制御対象となる。

4) Set Point Filter を用意し、目標値  $r$  から制御量  $y$  までの特性がむだ時間を有する1次遅れ系の応答を持たせることができるようになっている。

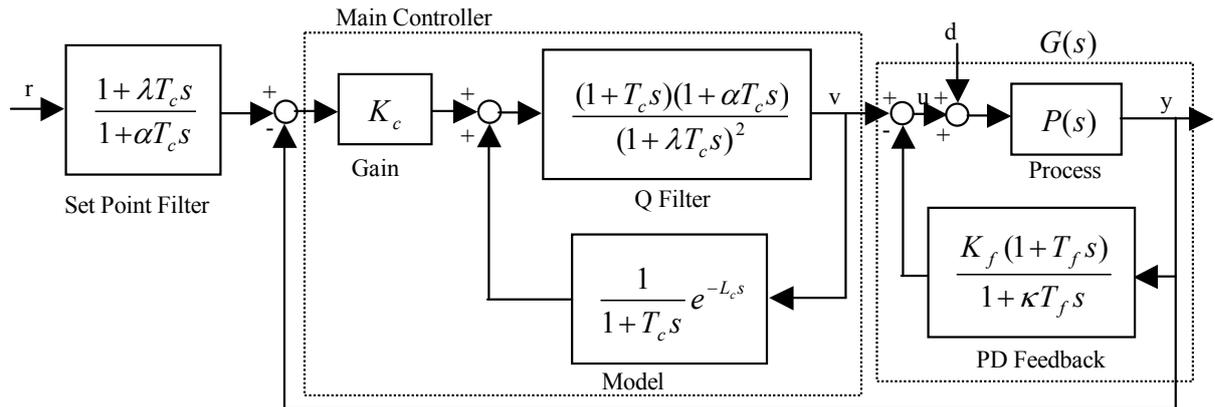


Fig.1 Model Driven Two Degrees of Freedom PID Control System

### 7.3. 設計方法

PD Feedback を設計し、“見かけの制御対象”  $G(s)$  のゲイン  $K$ 、時定数  $T$ 、むだ時間  $L$  を求めるところまでが重要で、後はモデル駆動制御の利点である、再設計計算することなくパラメータ  $\lambda$  と  $\alpha$  を調節するだけで応答特性を変えられる。

#### Step1: PD Feedback 設計

PD Feedback の役割は、制御対象  $P(s)$  と PD Feedback 全体からなる“見かけの制御対象”  $G(s)$  の特性がむだ時間を持つ1次遅れ特性と近似できるように変換することである。例えば、制御対象が積分特性、振動特性、不安定特性などの場合でも PD Feedback ゲインを適切に定めることにより  $G(s)$  の特性を1次遅れ特性とすることができる。以上より、PD Feedback を含めた“見かけの制御対象”の特性が(1)式のようなゲイン  $K$ 、時定数  $T$ 、むだ時間  $L$  のむだ時間を持つ1次遅れ特性で近似できるように PD Feedback を設計することである。

$$G(s) = (1 + P(s)F(s))^{-1} P(s) \cong \frac{K}{1 + Ts} e^{-Ls} \quad (1)$$

$$F(s) = \frac{K_f(1 + T_f s)}{1 + \kappa T_f s} \quad (2)$$

制御対象  $P(s)$  の伝達関数や状態方程式が求められているならば、いろいろな PD Feedback 設計が可能である。例えば  $v$  から  $y$  の  $K_f$  や  $T_f$  を変えて得られたステップ応答から直接決定する方法や、 $G(s)$  の周波数領域での低次元化により求める方法もある。文献<sup>[7]</sup>では、北森の部分的モデルマッチング法<sup>[4]</sup>を利用した設計方法を紹介している。後者の方法では、 $v$  から  $y$  までの特性がオーバーシュートを持たない規範モデルに一致するように PD Feedback ゲインを決定するものである。この他、極配置や周波数応答に基づく方法なども設計可能である。

一例として、むだ時間がある積分系なる制御対象  $P(s)$  に対し、PD feedback ゲイン  $K_f$  を 0.25 で用いた場合の、“見かけの制御対象”  $G(s)$  と、さらに低周波特性が同じ特性になるように周波数領域での低次元化法で求めたむだ時間を持つ 1 次遅れモデル  $\hat{G}(s)$  のステップ応答を Fig2 に示す、簡単な方法であるが十分使えると判断している。

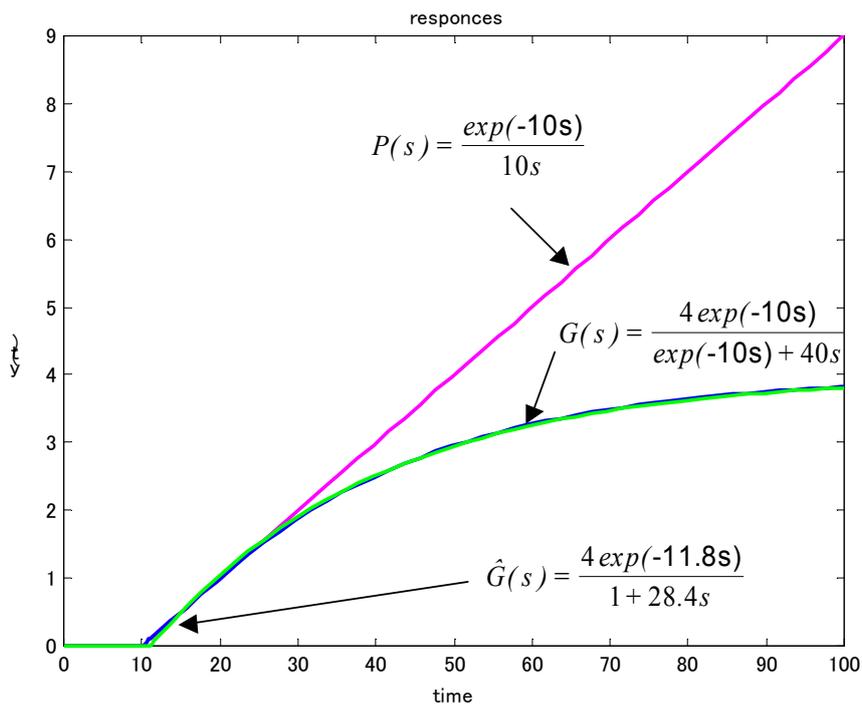


Fig.2 Step response curves of a PD feedback loop

#### Step2: Main Controller 設計

$v$  から  $y$  の特性がむだ時間を持つ 1 次遅れ特性に近似できるなら、IMC の設計則から、主制御器の制御パラメータは下記のように決定される。

$$K_c = 1/K, \quad T_c = T, \quad L_c = L \quad (3)$$

### Step3: 調整パラメータ設計

このように制御系が構成されたなら、 $y$ の応答は目標値 $r$ と外乱 $d$ からは(4)式のように表せる。

$$y = \frac{e^{-L_c s}}{1 + \lambda T_c s} r + \frac{e^{-L_c s}}{K_c (1 + T_c s)} \left( 1 - \frac{(1 + \alpha T_c s) e^{-L_c s}}{(1 + \lambda T_c)^2} \right) d \quad (4)$$

この式から、目標値応答はパラメータ $\lambda$ により調整でき、 $\lambda$ の調整だけでは外乱抑制特性が不十分な場合、パラメータ $\alpha$ により外乱応答を調整できることが分かる。

$$G(s) = \frac{1}{1 + 5s} e^{-10s} \quad (5)$$

(5)式で表される制御対象  $G(s)$  に対して、パラメータ $\alpha$ を1とし、 $\lambda$ を0.5(一点鎖線)、1(実線)、1.5(破線)とした3ケースのシミュレーションを行なった。

Fig.3 は、時刻 10 で目標値が 0 から 1 へステップ状に変化し、時刻 100 で振幅 0.75 のステップ外乱が操作量側に印加された場合である。 $\lambda = 1$  を基本とすると、 $\lambda < 1$  とすることで、速応性が向上し、 $\lambda > 1$  とすると応答が緩慢になっている。

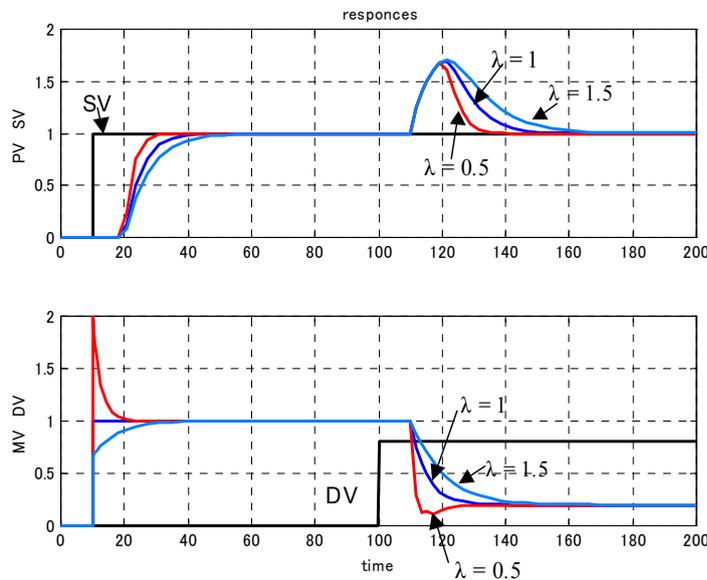
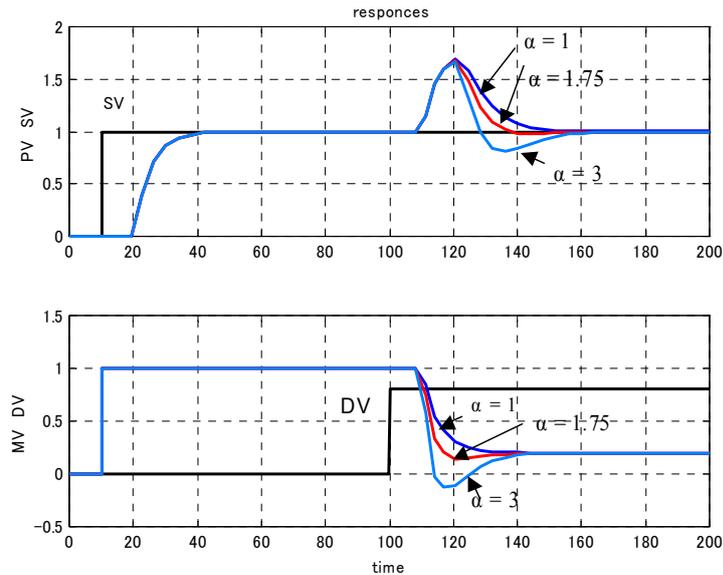


Fig.3 Responses of MD PID Control system with different  $\lambda$

$\lambda = 1$  で  $\alpha = 1$  と  $\alpha = 1.75$  とした場合のシミュレーション結果を Fig.4 に示す。実線が  $\alpha = 1.75$  の場合、破線が  $\alpha = 1$  の 1 自由度の場合である。目標値応答は変化させずに、外乱応答の改善されていることが分かる。

Fig.4 Responses of MD PID Control system with different  $\alpha$ 

## 7.4. 特徴

### 7.4.1. 汎用化・適用範囲の拡大

IMC では、安定な制御対象の特性が分かればコントローラ構造が決まるが、汎用コントローラを実現するには複雑になるので、モデル駆動 PID コントローラでは、制御対象の異なる性質は PD Feedback による“見かけの制御対象”の特性すなわち、むだ時間を持つ 1 次遅れ特性とし、Main Controller には、モデル駆動制御の概念に沿ったむだ時間を有する 1 次遅れ特性を共通のモデルとして用意し、その Main Controller には、ゲイン  $K$ 、時定数  $T$  とむだ時間  $L$  を設定するだけで済むので、設計ノウハウは汎用化していると言えよう。従って、従来の PID 制御が苦手としていた、むだ時間系、不安定系から、得意としていた単なる遅れ系も扱えるので適用範囲は広がったと言えよう。

### 7.4.2. 分かりやすい調整方針

再設計することなく、Fig.3 と Fig.4 のようにパラメータ  $\lambda$  と  $\alpha$  を調節するだけで応答特性を変えられる容易性を持っている。その前に制御対象の動特性パラメータが必要になるが、制御性能に問題がある場合には原因追求を行うので、ある意味でモデルを意識せざるを得ない。一般には、制御対象の開ループでのステップ応答やインパルス応答からのグラフィカルな方法により、むだ時間を有する 1 次遅れ系や積分系を求めることができる。 $\lambda = \alpha = 1$  の場合は、モデル駆動 PID 制御系の目標値のステップ応答は、“見かけの制御対象”  $G(s)$  のステップ応答と一致するので、これからも動特性の確認ができる。

### 7.4.3. PID 制御の上位互換性

制御パラメータを工夫するだけでモデル駆動 PID 制御から、従来 PID 制御、PI-PD 制御、PID  $\tau d$  制御

や IMC 制御などを Fig.5 のように実現できる使いやすさも実現した。

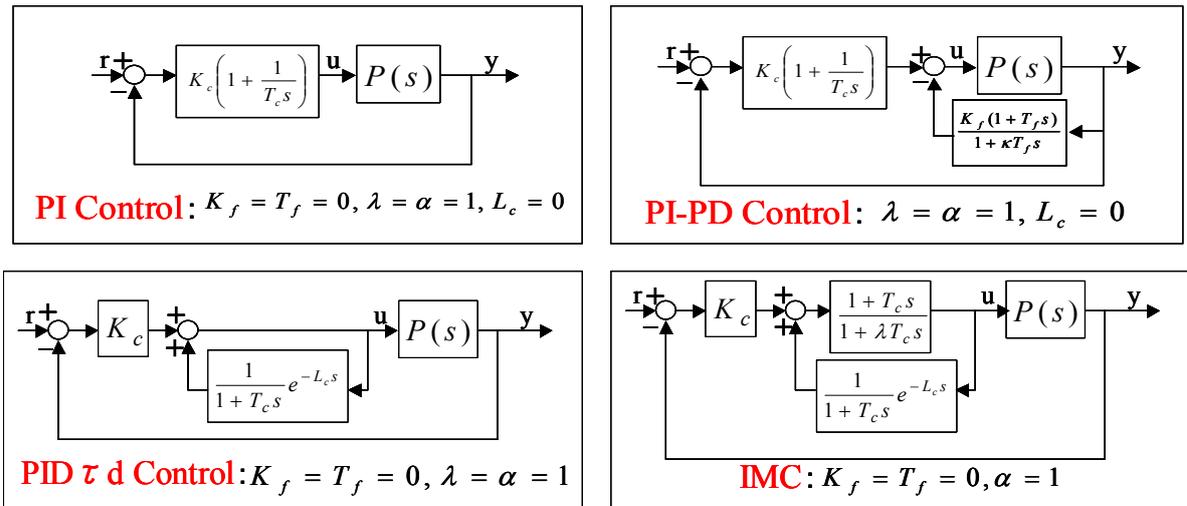


Fig.5 Various conventional PID control systems

#### 7.4.4. 安定性とロバスト性

PD feedback によりローカルループの安定化が図られれば、基本構造は IMC であるので、制御系の安定性とロバスト性の一般論は説明されている<sup>[5]</sup>。むだ時間を持つ1次遅れ系について、最も基本的な  $\alpha = \lambda = 1$  で調べた安定余裕を Fig.6 に示す。

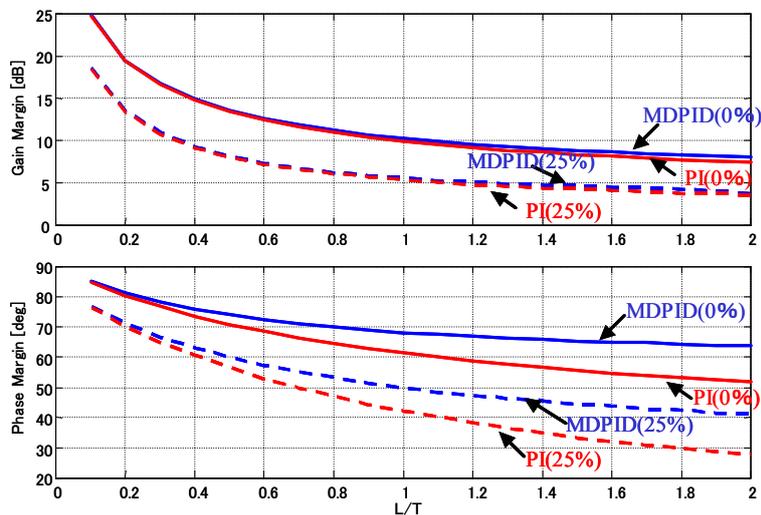


Fig.6 Stability margins for MD-PID control and PID control

横軸は制御対象のむだ時間と時定数の比 ( $L/T$ ) で、縦軸はゲイン余裕と位相余裕である。モデル駆動 PID コントローラは、 $L/T$  の大きな領域でもノミナル値でも25%のモデル誤差があった場合でも PID に比べ安定余裕は大きいことが分かる。また制御系としての応答をむだ時間のある1次遅れ系になるように設

計すると、ゲイン余裕と位相余裕は一定でなく制御対象に応じて変化していることも分かる。

## 7.5. 実適用例

DCS モジュールやループコントローラを用いた2つの適用例を紹介する。

### 7.5.1. 沈殿池レベル制御

紙の製造工場では大量の水を使う。この例では、川の取水口から水を可変速ポンプで汲み上げ約600 m離れた沈殿池に送り、工場内のいろいろな工程に供給されているが、その需要に応じて変る沈殿池のレベルに応じ可変速ポンプで PI 制御されていた。この制御対象は、むだ時間と 1 次遅れと積分モードのある系であり、従来 PI 制御ではレベルの持続的長周期動揺が発生し、一挙に需要があると追いつけない状況もあった。モデル駆動 PID 制御を適用した結果、Fig.7 のように従来の PID 制御と比較し、レベル変動幅を約1/3に安定化でき、目標値(SV)を下げて省エネ運転も達成できた。

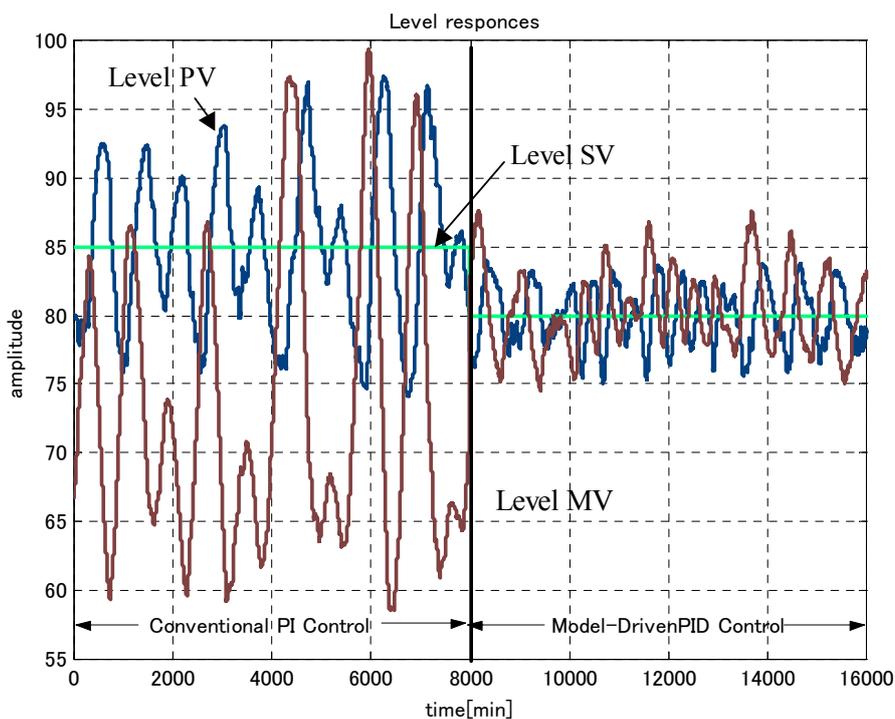


Fig.7 Comparison of level controls using Model-Driven PID Control and PI control

### 7.5.2. 反応器温度制御

化学プロセスの代表は蒸留塔や反応器であり、長いむだ時間と長い時定数がつきものである。むだ時間が長かったために、オペレータによる手動運転で対応せざるを得なかったところにモデル駆動 PID 制

御を適用した。これにより Auto モードで運転管理できるようになったばかりでなく、制御量

(PV)のばらつきを抑制し、更に生産量変更時の安定化を達成でき、省力化と製品品質の安定化に寄与することができた。

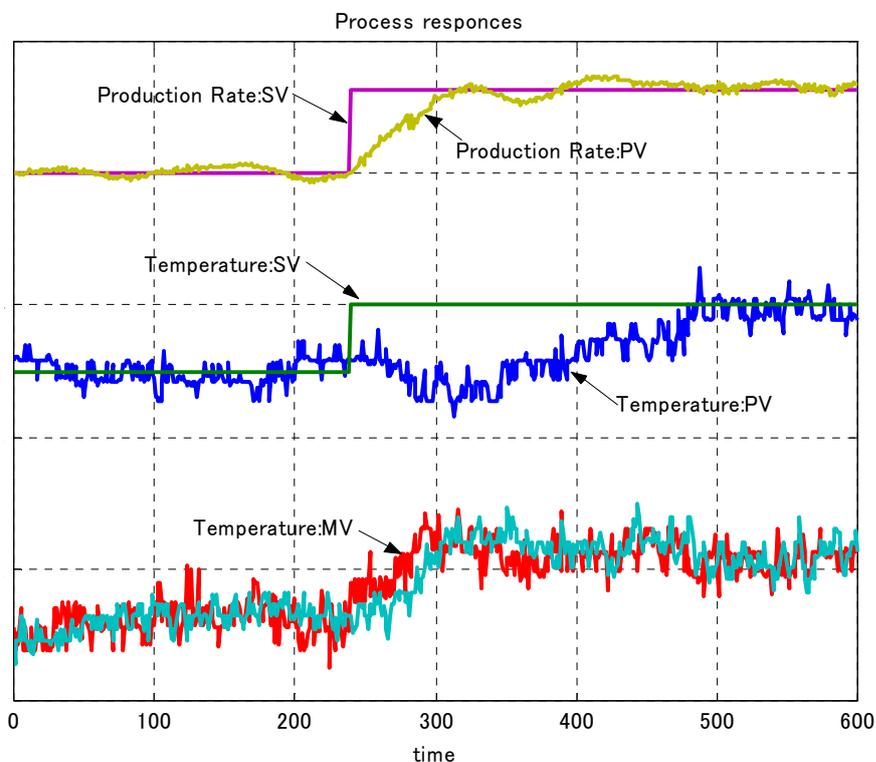


Fig.8 Distillation column temperature control using MD PID Control

#### 7.6. まとめ

PID 制御は産業界の基本制御技術として広く使われているが、実際には苦手な制御対象もある。特にむだ時間の長い制御対象や積分系を含む不安定な制御対象がそれである。これらの制御対象にも適用できる汎用PID制御器として、更に従来型PID制御にも戻れる柔軟性を備えたモデル駆動PID制御器の構造・特徴をレビューし実適用例を紹介した。

#### 参考文献

- [1]須田信英:PID 制御,朝倉書店(1992)
- [2] Desborough L. ,Randy Miller: Increasing Customer Value of Industrial Control Performance Monitoring, Preprints of Chemical Process control-6, 153/186 (2001)
- [3]F.G.Shinsky:PID-dead time control of distributed process, IFAC PID2000 Workshop, 14/18(2000)
- [4]北森俊行:制御対象の部分的知識に基づく制御系の設計法、計則自動制御学会論文集、

Vol15, No.4, 549/555(1979)

[5] Kimura Hidenori: Is the Model a Good Controller ?, 39th IEEE Conference on Decision and Control, (2000)

[6] Morari M. and E. Zafrou: Robust Process Control, Prentice Hall (1989)

[7] Shigemasa T., M. Yukitomo, R. Kuwata, T. Hattori and Y. Baba: A Model-Driven PID Controller, Proceedings of INTERMAC 2001, (2001)

[8] 行友, 重政: モデル駆動 PID 制御システムとその安定性, 第 2 回制御部門大会予稿集, (2002)

[9] Shigemasa T., M. Yukitomo, R. Kuwata: A Model-Driven PID Control System and its Case Studies, Proceedings of IEEE CCA and CACSD, Glasgow, (2002)

[10] 行友, 重政, 馬場: モデル駆動 PID 制御システムとそのチューニング方法, 第 3 回制御部門大会予稿集, (2003)

[11] Baba, Y, T. Shigemasa, M. Yukitomo, F. Kojima, M. Takahashi, E. Sasamura : Model-Driven PID Control System in Single-Loop Controller, Proceedings of SICE Annual Conference in Fukui, August 4-6, 2003

[12] Iino Y, Shigemasa T: Practical Modelling and Control System Design Methods for CAE system, Proceedings of ACC, (1989)

## 第8章 閉ループ同定

閉ループ同定についての解説

執筆者

加納 学	京都大学 大学院工学研究科化学工学専攻
喰田 秀樹	出光石油化学(株) 技術部総括課

## 8.1. 閉ループ系同定の基礎

京都大学 加納 学

### 8.1.1. はじめに

システム同定には、対象プロセスの入出力データが必要である。前節で述べた持続的励振条件を入力変数が満たすためには、入力変数を運転状態とは無関係に変化させる必要がある。しかし現実には、システム同定のために運転状態を乱すことは好ましくないため、フィードバック制御の下で安定に運転されているプロセスの入出力データからモデルを構築することが望まれる。このようなフィードバック制御下でのシステム同定を閉ループ同定 (closed-loop identification) という。

実は、この閉ループ同定は簡単ではない。例えば、フィードバック制御によって完璧に外乱が抑制されている場合を考えてみよう。当然ながら、設定値を変更しなければ、制御変数は一定で変化しない。したがって、操作変数が制御変数に与える影響を把握することができず、モデルを構築することはできない。この例は極端であるが、閉ループ同定が抱える問題を浮き彫りにしてくれる。本節では、閉ループ同定の問題点を明らかにし、現在までに提案されているいくつかの方法について解説する。

### 8.1.2. スペクトル解析の利用

1960年代に既に、クロススペクトル密度 (あるいは相互相関関数) を用いる同定方法は閉ループ系の同定に対して役に立たないことが指摘されている。本題に入る前に、ここで利用する重要な用語を整理しておこう。

平均値 0 の変数  $x(t), y(t)$  について、

$$r_{xx}(k) = E[x(t)x(t+k)] \quad (1)$$

を  $x$  の自己相関関数 (auto-correlation function) ,

$$r_{xy}(k) = E[x(t)y(t+k)] \quad (2)$$

を  $x$  と  $y$  の相互相関関数 (cross-correlation function) と呼ぶ。ここで、 $E$  は期待値を意味する。さらに、自己相関関数  $r_{xx}(k)$  のフーリエ変換

$$\phi_{xx}(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} r_{xx}(k)e^{-j\omega k} \quad (3)$$

を  $x$  のスペクトル密度 (spectral density) , 相互相関関数  $r_{xy}(k)$  のフーリエ変換

$$\phi_{xy}(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} r_{xy}(k)e^{-j\omega k} \quad (4)$$

を  $x$  と  $y$  のクロススペクトル密度 (cross-spectral density) と呼ぶ。

まず、スペクトル解析を用いた、フィードバック制御を行わない開ループ系の同定方法について述べる。ここでは、対象プロセスが次式で表現されるものとする。

$$y(t) = P(q)u(t) + D(q)d(t) \quad (5)$$

なお、 $P(q)$  はプロセスの伝達関数、 $D(q)$  は外乱の動特性を与える伝達関数であり、操作変数  $u$  と白色雑音  $d$  は無相関とする。システム同定にスペクトル解析を用いる場合、その目的は、入出力  $u, y$  の測定データからプ

プロセスの周波数伝達関数  $P(e^{j\omega})$  を求めることとなる<sup>1</sup>．このプロセスのインパルス応答係数を  $\{p_m\}$  とすると，

$$P(q) = \sum_{m=0}^{\infty} p_m q^{-m} \quad (6)$$

であることから，周波数伝達関数を

$$P(e^{j\omega}) = \sum_{m=0}^{\infty} p_m e^{-j\omega m} \quad (7)$$

と表現することもできる．同様に，外乱伝達関数  $D(q)$  のインパルス応答係数を  $\{d_m\}$  とすると，

$$D(q) = \sum_{m=0}^{\infty} d_m q^{-m} \quad (8)$$

となる．このインパルス応答表現を利用して，入力  $u$  と出力  $y$  のクロススペクトル密度を計算してみよう．まず，相互相関関数を求めると，

$$\begin{aligned} r_{uy}(k) &= E[u(t)y(t+k)] \\ &= E[u(t)P(q)u(t+k) + u(t)D(q)d(t+k)] \\ &= E\left[u(t) \sum_{m=0}^{\infty} p_m u(t+k-m) + u(t) \sum_{m=0}^{\infty} d_m d(t+k-m)\right] \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} p_m E[u(t)u(t+k-m)] + \sum_{m=0}^{\infty} d_m E[u(t)d(t+k-m)] \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} p_m r_{uu}(k-m) + \sum_{m=0}^{\infty} d_m r_{ud}(k-m) \end{aligned} \quad (9)$$

を得る．仮定より， $u$  と  $d$  は無相関であるから，任意の  $k$  について  $r_{ud}(k) = 0$  である．このため，相互相関関数  $r_{uy}(k)$  は

$$r_{uy}(k) = \sum_{m=0}^{\infty} p_m r_{uu}(k-m) \quad (10)$$

と簡単化される．これより，クロススペクトル密度  $\phi_{uy}(\omega)$  は

$$\begin{aligned} \phi_{uy}(\omega) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} r_{uy}(k) e^{-j\omega k} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} p_m r_{uu}(k-m) e^{-j\omega k} \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} p_m e^{-j\omega m} \left\{ \sum_{k=-\infty}^{\infty} r_{uu}(k-m) e^{-j\omega(k-m)} \right\} \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} p_m e^{-j\omega m} \left\{ \sum_{l=-\infty}^{\infty} r_{uu}(l) e^{-j\omega l} \right\} \\ &= P(e^{j\omega}) \phi_{uu}(\omega) \end{aligned} \quad (11)$$

となる．ここで， $P(e^{j\omega})$  はプロセスの周波数伝達関数であったことから，その推定値  $\hat{P}(e^{j\omega})$  は， $\hat{\phi}$  をスペクトル密度の推定値として，

$$\hat{P}(e^{j\omega}) = \frac{\hat{\phi}_{uy}(\omega)}{\hat{\phi}_{uu}(\omega)} \quad (12)$$

<sup>1</sup>連続時間伝達関数  $P(s)$  の周波数伝達関数は  $P(j\omega)$  であった．一方，離散時間伝達関数  $P(q)$  の周波数伝達関数は  $P(e^{j\omega})$  で与えられる．すなわち， $q = e^{j\omega}$  を代入すればよい．

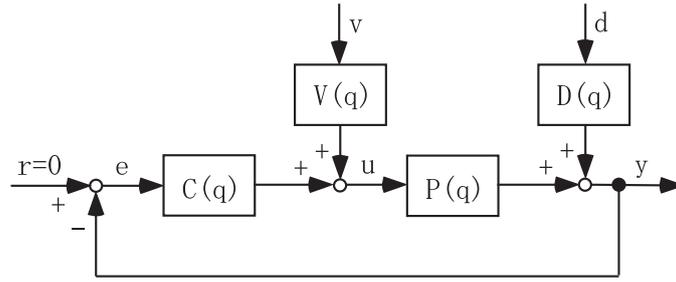


図 1: 閉ループ系のブロック線図

によって求めることができる．これがスペクトル解析を用いたシステム同定手法である．

それでは，次に，図 1 のような閉ループ系を考えよう．この閉ループ系は以下の 2 式で表現される．

$$y(t) = P(q)u(t) + D(q)d(t) \quad (13)$$

$$u(t) = -C(q)y(t) + V(q)v(t) \quad (14)$$

ここで， $P(q), C(q)$  はそれぞれプロセスおよびコントローラの伝達関数， $D(q), V(q)$  はそれぞれ外乱および同定用信号（人為的な付加信号）の動特性を与える伝達関数であり， $d, v$  は互いに相関のない白色雑音とする．閉ループ伝達関数を用いると，プロセスの入出力を以下のように表すこともできる．

$$y(t) = \frac{1}{1 + CP}(PVv(t) + Dd(t)) \quad (15)$$

$$u(t) = \frac{1}{1 + CP}(Vv(t) - CDd(t)) \quad (16)$$

ここで，開ループ系の同定で行った手順をそのまま閉ループ系の同定に適用し，プロセスの周波数伝達関数の推定値  $\hat{P}(e^{j\omega})$  を求めると，次式を得る．

$$\begin{aligned} \hat{P}(e^{j\omega}) &= \frac{\hat{\phi}_{uy}(\omega)}{\hat{\phi}_{uu}(\omega)} \\ &= \frac{-C(e^{-j\omega})|D(e^{j\omega})|^2\phi_{dd}(\omega) + P(e^{j\omega})|V(e^{j\omega})|^2\phi_{vv}(\omega)}{|C(e^{j\omega})D(e^{j\omega})|^2\phi_{dd}(\omega) + |V(e^{j\omega})|^2\phi_{vv}(\omega)} \end{aligned} \quad (17)$$

なお，

$$|X(e^{j\omega})|^2 = X(e^{j\omega})X(e^{-j\omega}) \quad (18)$$

である．これより，周波数伝達関数の推定値が真値と一致する，すなわち  $\hat{P}(e^{j\omega}) = P(e^{j\omega})$  となるのは，1) 外乱が存在しない場合 ( $d = 0$ )，2) フィードバックループが存在しない場合 ( $C = 0$ )，のいずれかの場合に限られることがわかる．さらに，同定用信号  $v$  が存在しない場合には，

$$\hat{P}(e^{j\omega}) = -\frac{1}{C(e^{j\omega})} \quad (19)$$

となり，プロセス周波数伝達関数の代わりに，コントローラ周波数伝達関数の逆数に  $-1$  を掛けたものが同定されることになる．このように，閉ループ同定では，同定用信号の存在が決定的に重要である．なお，図 1 のようにコントローラ出力に信号を付加する代わりに，コントローラ入力に信号を付加してもよい．コントローラ入力に人為的な信号を加えることは，設定値を変更することに対応する．

さて、特殊な場合を除いて、スペクトル解析に基づく閉ループ同定は成功しないことがわかった。しかし、同定用信号  $v$  が測定される（あるいはコントローラが既知である）場合には、次式に基づく同定が可能である。

$$\begin{aligned}\phi_{yv}(\omega) &= P(e^{j\omega})\phi_{uv}(\omega) + D(e^{j\omega})\phi_{dv}(\omega) \\ &= P(e^{j\omega})\phi_{uv}(\omega)\end{aligned}\quad (20)$$

すなわち、周波数伝達関数の推定値は

$$\hat{P}(e^{j\omega}) = \frac{\hat{\phi}_{yv}(\omega)}{\hat{\phi}_{uv}(\omega)}\quad (21)$$

で与えられる。

### 8.1.3. 直接法

あたかもフィードバックループが存在していないかのように同定を行う、すなわち開ループ系に対する同定手法を閉ループ系にそのまま適用する方法を直接法（direct identification）と呼ぶ。この方法はフィードバックループの存在を考慮する必要がないため、もし適切な同定が可能であるなら、簡便で優れた方法といえる。はたして直接法を利用しても問題はないのだろうか。予測誤差法を用いる場合について、詳しく検討してみよう。

式 (13) の予測誤差は、 $y, u$  が式 (15), (16) のように表せることから、

$$\begin{aligned}\varepsilon(t) &= \frac{1}{\hat{D}}(y(t) - \hat{P}u(t)) \\ &= \frac{(P - \hat{P})V}{\hat{D}(1 + CP)}v(t) + \frac{D(1 + C\hat{P})}{\hat{D}(1 + CP)}d(t)\end{aligned}\quad (22)$$

で与えられる。予測誤差法では、 $\varepsilon(t) = d(t)$  となる、すなわち、

$$\frac{(P - \hat{P})V}{\hat{D}(1 + CP)}v(t) = 0\quad (23)$$

$$\frac{D(1 + C\hat{P})}{\hat{D}(1 + CP)} = 1\quad (24)$$

となるパラメータを推定する。問題は、この2つの条件から、

$$\hat{P} = P, \quad \hat{D} = D\quad (25)$$

が導かれるかどうかである。

まず、同定用信号を付加しない場合、すなわち  $v = 0$  である場合には、条件式 (23) は自動的に満たされ、実質的な意味をもたない。このため、 $\hat{P}, \hat{D}$  は条件式 (24) を満足するように決定されるが、この条件だけでは  $\hat{P} = P, \hat{D} = D$  となるとは限らない。真の伝達関数を同定するためには、コントローラ  $C$  が十分に高次である必要がある。ただし、プロセスの真の伝達関数が不明である以上、コントローラの次数が十分であるかどうかはわからない。

一方、同定用信号  $v$  が持続的励振条件を満たしている場合には、条件式 (23) より  $\hat{P} = P$  が、さらに条件式 (24) より  $\hat{D} = D$  が導かれる。すなわち、プロセスおよび外乱の伝達関数を正しく同定できる。以下では、伝達関数を正しく同定できる性質を可同定性と呼ぶことにする。なお、閉ループ系の同定を可能にする方法として、同定用信号を加える代わりに、同定実験中に複数のコントローラを用いる（異なるコントローラを用いて同定実験を行う）方法もある。1入力1出力プロセスあるいは入出力の数が等しい多変数プロセスの同定であれば、2種類のコントローラを用いれば同定可能となる。

#### 8.1.4. 間接法

間接法 (indirect identification) は以下の2ステップからなり, 同定用信号が測定可能 (あるいはコントローラが既知) であることを前提とする.

< Step 1: 閉ループ伝達関数の同定 >

図1の閉ループ系は, 閉ループ伝達関数を用いて次式のように表現できる.

$$y(t) = H_{yv}(q)v(t) + H_{yd}(q)d(t) \quad (26)$$

$$H_{yv}(q) = \frac{PV}{1+CP}, \quad H_{yd}(q) = \frac{D}{1+CP} \quad (27)$$

いま,  $v$  が持続的励振条件を満たし, かつ  $d$  と無相関であるとする. このとき,  $y, v$  をそれぞれ出力および入力,  $H_{yv}$  をプロセスとみなせば, 式(26)は開ループ系の表現式に他ならない. したがって, 例えば予測誤差法を用いて,  $H_{yv}$  および  $H_{yd}$  を同定できる.

< Step 2: 開ループ系のパラメータ推定 >

$C, V$  を既知とすると, Step 1 で得られた同定結果を利用して,  $P, D$  を決定することができる. すなわち,

$$\hat{H}_{yv} = \frac{\hat{P}V}{1+C\hat{P}} \quad (28)$$

$$\hat{H}_{yd} = \frac{\hat{D}}{1+C\hat{P}} \quad (29)$$

を解くことにより,  $P, D$  を求められる.

では, 直接法と同様に, 間接法の可同定性について検討してみよう. いま, Step 1 において, 閉ループ伝達関数  $H_{yv}, H_{yd}$  は正確に同定できたものとする. すなわち,

$$\hat{H}_{yv} = H_{yv} \quad (30)$$

$$\hat{H}_{yd} = H_{yd} \quad (31)$$

とする. この場合, Step 2 では,

$$\frac{\hat{P}V}{1+C\hat{P}} = \frac{PV}{1+CP} \quad (32)$$

$$\frac{\hat{D}}{1+C\hat{P}} = \frac{D}{1+CP} \quad (33)$$

に基づいて,  $\hat{P}, \hat{D}$  を求めることになる. 条件式(32)を変形すると,

$$\frac{PV}{1+CP} - \frac{\hat{P}V}{1+C\hat{P}} = \frac{(P-\hat{P})V}{(1+CP)(1+C\hat{P})} = 0 \quad (34)$$

を得る. これは, 直接法の条件式(23)と本質的に同じである. 一方, 条件式(33)を変形すると,

$$\frac{D(1+C\hat{P})}{\hat{D}(1+CP)} = 1 \quad (35)$$

を得る. これは, 直接法の条件式(24)に等しい. すなわち, 可同定性に関して直接法と間接法に差はなく, 持続的励振条件を満たす同定用信号が付加されていれば, いずれの手法を用いても閉ループ同定は可能である. ただし, 可同定性が同じであるということは, 有限個のサンプルを用いて同定を行った結果が同じになるという意味ではない. また, 適用のしやすさも異なる.

間接法は、1) Step 2 において適切に  $P$  を決定することが困難である、2) 同定用信号が測定可能であることを前提とする、3) 可同定性については直接法と本質的に同じ性質をもつ、という理由で、直接法と比較してとくに優れた手法というわけではない。間接法をより実用的な同定手法とするために、ユーラ・パラメトリゼーション (Youla parametrization) を用いる方法や 2 段階法が提案されている。ここでは、2 段階法を紹介しよう。2 段階法は以下の 2 ステップからなる。

< Step 1 : 閉ループ伝達関数の同定 >

図 1 の閉ループ系は、閉ループ伝達関数を用いて次式のように表現できる。

$$u(t) = H_{uv}(q)v(t) + H_{ud}(q)d(t) \quad (36)$$

$$H_{uv}(q) = \frac{V}{1+CP}, \quad H_{ud}(q) = \frac{CD}{1+CP} \quad (37)$$

いま、 $v$  が持続的励振条件を満たし、かつ  $d$  と無相関であるとする。このとき、 $u, v$  をそれぞれ出力および入力、 $H_{uv}$  をプロセスとみなせば、式 (36) は開ループ系の表現式に他ならない。したがって、例えば予測誤差法を用いて、 $H_{uv}$  および  $H_{ud}$  を同定できる。

< Step 2 : 開ループ系のパラメータ推定 >

Step 1 で得られた  $\hat{H}_{uv}$  を利用して  $P$  を決定することを考える。プロセスの表現式 (13) に式 (36) を代入すると、

$$\begin{aligned} y(t) &= P(q)\{H_{uv}(q)v(t) + H_{ud}(q)d(t)\} + D(q)d(t) \\ &= P(q)H_{uv}(q)v(t) + \{PH_{ud}(q) + D(q)\}d(t) \end{aligned} \quad (38)$$

となる。したがって、 $H_{uv}v$  を入力、 $y$  を出力とみなすことにより、 $P$  を同定できる。

この 2 段階法は、通常の開ループ同定手法を利用してプロセス伝達関数  $P$  を同定できるところに特徴がある。

### 8.1.5. 入出力結合法

入出力を結合した多次元時系列を考え、時系列モデルの構築を通してプロセスの同定を行う手法を入出力結合法 (joint input-output identification) と呼ぶ。例えば、AR モデル

$$\begin{bmatrix} A_{11}(q) & A_{12}(q) \\ A_{21}(q) & A_{22}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ u(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d(t) \\ v(t) \end{bmatrix} \quad (39)$$

を利用するのであれば、予測誤差法等を用いて、この式の適切な構造 (次数) およびパラメータを求めることになる。いま、閉ループ系が式 (13), (14) で与えられる場合には、

$$\begin{bmatrix} 1 & -P \\ C & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ u(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d(t) \\ v(t) \end{bmatrix} \quad (40)$$

が成り立つことから、

$$P = -\frac{A_{12}}{A_{11}}, \quad C = \frac{A_{21}}{A_{22}} \quad (41)$$

を得る。

このように、入出力結合法はコントローラ  $C$  および同定用信号  $v$  が未知である場合にも、プロセス  $P$  を同定できる。ただし、AR モデルの次数は高くなる傾向があるため、モデルを低次元化する作業が必要になることが多い。

# フィードバック制御下でのプロセスの 動特性同定に関する考察（その1）

喰 田 秀 樹

## 要 旨

プラントの動特性同定に際して、対象にフィードバック・ループが含まれていると動特性が正しく同定されない場合が生じる。これに対し、伝達関数による考察により、正しい動特性を得るための条件を示した。出力の観測雑音が0とみなせ、かつ入力側には出力や入力自体と無相関な外生信号が存在しておれば、プロセスの特性が同定可能である。さらに、外乱が加わっていても、系を拡大することにより、外乱からの応答も含めプロセスの特性が同定可能であることも明らかになった。

## 1 はじめに

制御系の設計に代表されるようなケースでは、プラントの動特性を知る必要が生じる。特にモデル予測制御などのモデルベースの制御系においては、モデルの精度が制御性能を左右するので、動特性の把握が非常に重要となる。実プラントの動特性の把握（動特性同定あるいはモデル同定という）の場合、プラントの入力（独立変数）と出力（従属変数）のデータを測定し、それを解析してモデルを同定する方法が一般的である。この際、定常状態において制御ループをオープンとし、独立変数を順次、ステップ状に変化させ、従属変数の変化を観測して解析する手順が最も多くとられている。このとき、制御ループをオープンとしてしまうために、①安定性、

安全性が損なわれる、②ボードマンの負荷が上がる、③順次のテストであるため時間がかかる、といった問題点が生じている。それでは、制御ループをクローズにしたままで同定すれば良いことになるが、データ採取時に対象のプラントにフィードバック・ループが含まれていると、条件によってはプラントの動特性が正しく同定されないという問題が生じる。

しかし、閉ループ同定の問題は一部では議論されてきているものの<sup>1~3)</sup>、いまだ広く認識されるには至っていない。さらに、同定を阻害する原因は何か、どのような条件下であれば正しい結果が得られるのか、についてもあまり整理されていない。本報では、一般的な例を用いて思考実験によりフィードバック・ループを含む対象に対する可同定性を検証する<sup>4, 5)</sup>。なお、わかり易さと問題提起を優先して、議論には単純なケースを設定している。次報では、シミュレーションにより、具体的な例を示すとともに、可同定性を定量的に議論する。

本報の結論は、プロセスの動特性が同定可能な条件は、入力側（目標値と外乱のどちらか、あるいは両方）にプロセスに対して有意な変動があり、かつ、出力側の雑音が排除できる場合であることが明らか

## <執筆者紹介>

喰 田 秀 樹



Syokuda, Hideki  
昭和62年入社  
出光石油化学(株)  
徳山工場  
技術課  
出身地：兵庫県

となったことである。

フィードバックとは関係のない外生信号（人が介入することなどにより、対象の外から加わる信号）の存在が、信号処理上、オープンループととらえることを可能にしているといえる。逆に、入力側に有意な変動がなく、かつ、出力側の雑音が排除できない場合にはプロセスではなくコントローラの動特性が同定されてしまうことが確認された。

## 2 対象について

以下の議論は一般論であり、特定の対象を扱うものではない。しかし、なんらかの例題があった方が理解しやすいと考え、図1に示す例題を提案する。これは、蒸留塔の塔底側を切り出したものである。測定可能なプロセス量として、以下の3種がある。

- ① 出力（制御変数）：N段トレイ温度（ $y$ ）
- ② 入力（操作変数）：リボイラの熱媒流量（ $u_1$ ）
- ③ 入力（外乱変数）：フィード流量（ $u_2$ ）

制御系は、N段のトレイ温度を目標値に保つようリボイラの熱媒流量を操作するTC-FCのカスケード制御とする。これに付随して、以下の二つの量は既知とする。

- ① N段トレイ温度目標値： $r$
- ② リボイラの熱媒流量目標値： $u_{11}$

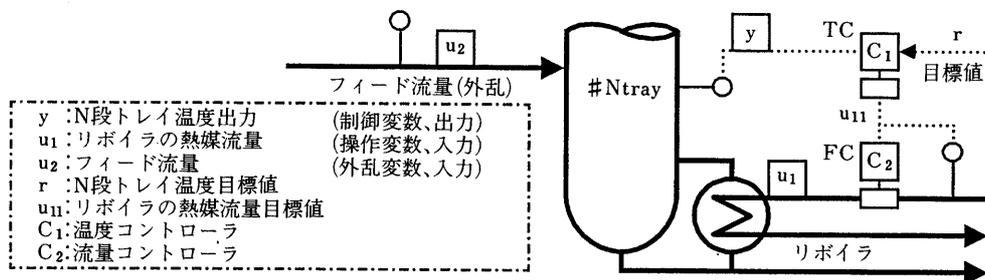
これをブロックダイアグラムに置き換えたものが、図2である。システムが線形で記述可能との前提を置いている。図1に対して追加された記号の意味は以下のとおり。

- $G_p$ ：リボイラの熱媒流量（ $u_1$ ）からN段トレイ温度（ $y$ ）への動特性
- $G_d$ ：フィード流量（ $u_2$ ）からN段トレイ温度（ $y$ ）への動特性
- $C_1, C_2$ ：コントローラの動特性
- $d_1, d_2, e$ ：観測雑音あるいは未知（測定不能）外乱。 $u, x, y$ とは無相関

ここで、外乱とはフィード流量の変化に代表されるように、観測可能でかつ系を変動させるだけの大きさをもった信号、雑音とはランダムな動きをし、系に対して影響を与えないか、与えても小さいものとする。

一般的には、動特性テストの際には、 $C_1, C_2$ のカスケードを切り、 $C_2$ の目標値 $u_{11}$ ならびに外乱 $u_2$ をそれぞれ独立にステップ状に変化あるいは摂動させて出力 $y$ の動きを観察する。この場合は、閉ループによる同定上の問題は生じないが、①制御ループをオープンとしてしまうために、安定性、安全性が損なわれる、②ボードマンの負荷が上がる、③時間がかかるといった問題点が生じる。

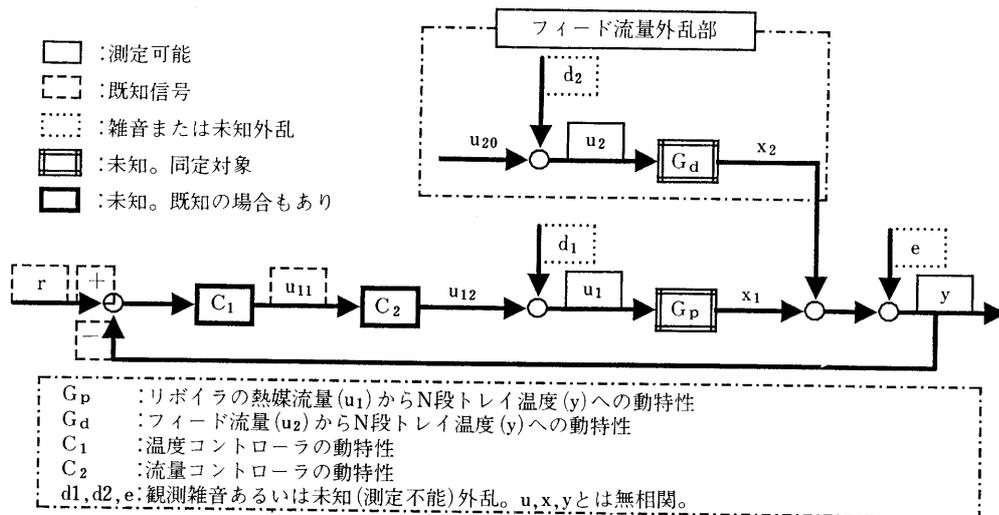
そこで、 $C_1, C_2$ のカスケードを活かしたままで、 $u_1$ ならびに $u_2$ からの応答を一度に同定することを考える。例題において、フィード流量の変動による外乱により、N段トレイ温度が動き、制御系がリボイラの熱媒量进行操作して補正しているという状況を設定する。また、測定値には、 $d_1, d_2, e$ という雑音が付加されているものとする。同定の問題は、この時の $u_1, u_2, y$ を測定して、 $G_p, G_d$ を求めることである。



#N tray の温度をリボイラの熱媒流量で制御している。この制御系はTC-FCのカスケード制御。フィード流量が外乱となる。

図1 動特性同定対象の例（蒸留塔塔底側）

フィードバック制御下でのプロセスの動特性同定に関する考察 (その1)



リボイラに対する応答 $x_1$ と外乱からの応答 $x_2$ の和に観測雑音 $e$ が付加されたものがプロセスの出力 $y$ となる。 $u_{11}$ の部分は、コントローラ間の信号の伝送だけであるので、雑音はないものとした。

図2 図1の例題に対するブロックダイアグラム

3 定式化

図2のブロックダイアグラムをもとに、関係式を書き下すと以下ようになる。

リボイラ側 (温度制御ループ含む) のモデル

$$\begin{aligned} y &= x_1 + x_2 + e & \dots\dots(1) \\ x_1 &= G_p \cdot u_1 & \dots\dots(2) \\ u_1 &= u_{12} + d_1 & \dots\dots(3) \\ u_{12} &= C_2 \cdot u_{11} & \dots\dots(4) \\ u_{11} &= C_1 \cdot (r - y) & \dots\dots(5) \end{aligned}$$

フィード流量外乱側のモデル

$$\begin{aligned} x_2 &= G_d \cdot u_2 & \dots\dots(6) \\ u_2 &= u_{20} + d_2 & \dots\dots(7) \end{aligned}$$

(1)~(7)式をラプラス変換し、中間的な変数を消去して整理すると(8)式が得られる。これが基本式となる。(8.1)式と(8.2)式の違いは、ブロックの切り方のみである。

$$\left( \begin{array}{c|cc} \text{II} & 0 & 0 \\ \hline 0 & \text{II} & C_2 C_1 \\ \hline -G_d & -G_p & \text{II} \end{array} \right) \begin{pmatrix} U_2 \\ U_1 \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{20} + D_2 \\ C_2 C_1 R + D_1 \\ E \end{pmatrix} \dots\dots(8.1)$$

$$\left( \begin{array}{cc|c} \text{II} & 0 & 0 \\ \hline 0 & \text{II} & C_2 C_1 \\ \hline -G_d & -G_p & \text{II} \end{array} \right) \begin{pmatrix} U_2 \\ U_1 \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{20} + D_2 \\ C_2 C_1 R + D_1 \\ E \end{pmatrix} \dots\dots(8.2)$$

4 フィード流量外乱がない場合の同定

まず、フィード流量外乱のないシンプルな場合について考察する。(8.1)式において、 $U_1$ と $Y$ に関して数式を操作する(行列の右下のブロックを考える)。これにより、入力 $U_1$ から出力 $Y$ への伝達関数を求めると表1のようになる。目標値 $R$ 、雑音 $D_1$ 、 $E$ の有無によりケース分けしてある。また、リボイラ熱媒流量のSVから応答をとる場合も想定して $U_{11}$ からの伝達関数も併せて求めた。

① リボイラ熱媒流量のPV ( $U_1$ ) から応答をとった場合

ケース5, 6, 7のように、出力の観測ノイズが0と見なせれば ( $E=0$ )、プロセスの特性が同定可能である。また、 $R=0 \cap D_1=0 \cap E \neq 0$ の場合(ケース4)にはカスケード一次、二次を合わせたコントローラの特性的逆が求まってしまう。

② リボイラ熱媒流量のSV ( $U_{11}$ ) から応答をとった場合

$R \neq 0 \cap D_1=0 \cap E=0$ の場合(ケース7)に限り、カスケード二次側のコントローラの特性的も含めた特性が同定可能である。また、 $R=0$

表1 フィード流量外乱がない場合の入出力関係

ケース	変化, 雑音の有無			伝達関数	
	R	D <sub>1</sub>	E	Y/U <sub>1</sub>	Y/U <sub>11</sub>
1	有	有	有	$\frac{G_P C_2 C_1 R + G_P D_1 + E}{C_1 C_1 (R - E) + D_1}$	$\frac{G_P C_2 C_1 R + G_P D_1 + E}{C_1 (R - E - G_P D_1)}$
2	無	有	有	$\frac{G_P D_1 + E}{-C_2 C_1 E + D_1}$	$\frac{1}{C_1}$
3	有	無	有	$\frac{G_P C_2 C_1 R + E}{C_2 C_1 (R - E)}$	$\frac{-G_P C_2 C_1 R + E}{C_1 (R - E)}$
4	無	無	有	$-\frac{1}{C_1 C_2}$	$\frac{1}{C_1}$
5	有	有	無	G <sub>P</sub>	$\frac{G_P C_2 C_1 R + G_P D_1}{C_1 (R - G_P D_1)}$
6	無	有	無	G <sub>P</sub>	$-\frac{1}{C_1}$
7	有	無	無	G <sub>P</sub>	G <sub>P</sub> C <sub>2</sub>
8	無	無	無	不能	不能

の場合には、D<sub>1</sub>、Eが同時に0でない限り、カスケード一次側のコントローラの特性的逆が求まってしまう。

また、PV (U<sub>1</sub>) からの場合には、ケース5、6においても、プロセスの特性が同定可能であったものが、ここではできなくなっている点にも注意が必要である。

このように、外生信号の有無ならびにデータ採取箇所によって、得られる結果がまったく異なることがわかった。最悪の場合には、プロセスの動特性を求めたつもりが、コントローラの動特性の逆を求めていることになっている。したがって、プロセスの動特性同定においては、外生信号の有無ならびにデータ採取箇所が非常に重要となる。

さて、u<sub>1</sub>とyを測定し、(E=0)かつ(R、D<sub>1</sub>は同時に0でない)であれば、プロセスの特性が同定できることがわかった。以下で、条件(E=0)かつ(R、D<sub>1</sub>は同時に0でない)について考察する。

まず、E=0の信号処理上の意味合いを考える。eは最後に外部から付加される雑音である。したがって、プロセスとはまったく無関係であり、プロセスに関する情報はeからは何ら得られない。そのため、

0であることが要求される。

次に、(R、D<sub>1</sub>は同時に0でない)について考察する。RもD<sub>1</sub>も外生入力という点では同じ性質を持つ。またRは一定(R=0)の場合が多い。よって、D<sub>1</sub>を代表として議論を進める。D<sub>1</sub>≠0ということは、eの場合とは逆に雑音が必要ということである。ただし、ただ存在していればよいというのではなく、信号として意味のある大きさを持つ(G<sub>P</sub>の出力x<sub>1</sub>に変化が認められる)必要がある。意味のある大きさの雑音である場合は、PVを測定し、フィルタリングは行わずに(行ったとしても相当高周波の部分のみカットする)同定処理をする。逆に、d<sub>1</sub>が存在しない(あるいは存在しても不十分な)場合は、何らかのかたちでd<sub>1</sub>を付加してやる必要がある。このとき、u、x、yとは無相関であることが要求される。このような付加信号は‘dither信号’<sup>5)</sup>と呼ばれている。

さらに、D<sub>1</sub>≠0の信号処理上の意味合いを考察する。フィードバックが含まれる場合、u<sub>12</sub>はyによって動くことになる。そのため、u<sub>12</sub>→yの因果性だけでなく、y→u<sub>12</sub>の因果性も発生してしまう。つまり、独立変数と従属変数という切り分けができなくなっ

## フィードバック制御下でのプロセスの動特性同定に関する考察(その1)

— 185 —

てしまう(このような問題を多重共線性の問題と呼ぶ)。そこで、 $u$ にも $y$ にも無相関な信号 $D_1$ を入力側に付加することにより、因果性を保つことができるわけである。

結局、 $E=0$ かつ $D_1 \neq 0$ というのは、 $d_1$ と $x_1$ によって $G_p$ を同定するというにほかならない。フィードバックとは独立した部分でオープンループを作り出し、そのオープンループの信号で同定を行っているため、フィードバックが含まれていても同定が可能となるというわけである。 $R \neq 0$ についても同様な議論が成り立つ。

## 5 フィード流量外乱がある場合の同定

話題を戻して、フィード流量外乱がある場合について考察する(8.2)式において、以下の(9)から(12)式の変数変換を行い、(13)式を得る。

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -C_2 C_1 \end{pmatrix} = -C \quad \dots\dots(9)$$

$$\begin{pmatrix} -G_d & -G_p \end{pmatrix} = -G \quad \dots\dots(10)$$

$$\begin{pmatrix} U_2 \\ U_1 \end{pmatrix} = U \quad \dots\dots(11)$$

$$\begin{pmatrix} U_{20} + D_2 \\ -C_2 C_1 R + D_1 \end{pmatrix} = D \quad \dots\dots(12)$$

$$\left( \begin{array}{c|c} \text{II} & -C \\ \hline \dots\dots & \text{II} \end{array} \right) \begin{pmatrix} U \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D \\ E \end{pmatrix} \quad \dots\dots(13)$$

これは、フィード流量外乱がないとした場合のシステムの記述と同じ形式である。したがって、拡大系として取り扱えば、4節の議論がそのまま適用できる。

6  $E=0$ とみなせない場合

$e$ の影響力が大きく、かつ周波数領域においても $G_p$ に近い場合は、 $e$ を雑音ではなく外乱ととらえるべきであろう。たとえば、フィードの流量や組成がかなり大きく恒常的に変動するような場合がそれである。5節で示したように、外乱であっても $u_{12}$ としてその入力信号が測定可能であれば、プロセスの特性、外乱からの特性がともに同定可能である。したがって、 $e$ をフィード流量外乱における $x_2$ と同等にとらえ、 $e$ について $u_2$ に相当するものを測

定すべきである。また、制御系として考えた場合、無視できない大きさの雑音はもはや雑音ではない。安定化の達成のためには、外乱として制御系に取り込む必要がある。

結論としては、 $E=0$ とみなせない場合は $e$ を明確な外乱として認識し、出所をつきとめて測定可能とし、多変数拡大系として特性も同定してしまうという取扱いをすべきである。測定できれば、特性の同定も可能である。

## 7 おわりに

フィードバック・ループが含まれていても、出力の観測雑音が0とみなせ、かつ入力側には出力や入力自体と無相関な外生信号が存在しておれば、プロセスの特性が同定可能であることを示した。また、入力側、出力側の雑音の意味についても触れた。さらに、外乱が加わっていても、系を拡大することにより、外乱からの応答も含めプロセスの特性が同定可能であることも明らかとなった。

また、今回はスペースの都合上割愛したが、フィードバック・ループを含むシステムの同定法としては、目標値 $r$ に摂動を加える方法や同定対象を既約分解する方法<sup>4, 5, 7)</sup>なども報告されている。

今後は、シミュレーションや実データの解析を通じて、同定可能な条件について、目標値 $r$ の摂動や雑音の影響を中心に、より詳細に検討する予定である。

## 参考文献

- 1) L. H. Tee, S. M. Wu, *Technometrics*, **14**, 481 (1972)
- 2) G. E. P. Box, J. F. MacGregor, *Technometrics*, **14**, 985 (1972)
- 3) Akaike, H: "Some Problems in the Application of the Cross-Spectral Method", *Proceedings of Advanced Seminar of Spectral Analysis of Time Series* (Ed. by B. Harris), *Jone Wiley & Sons*, (1967), P. 81
- 4) 大野 弘: "プロセスデータの解析と制御", *化学工学会第60年会研究講演予稿集B110* (1995)

- 5) 加納 学：“フィードバック制御下でのモデリング”，化学工学会関西支部セミナー“プロセスデータの解析と応用”テキスト (1996), P. 22
- 6) G. E. P. Box, J. F. MacGregor, Technometrics, 16, 391 (1974)
- 7) 足立修一：“ユーザのためのシステム同定理論”，計測自動制御学会, (1993), P. 187



## 報 文

フィードバック制御下でのプロセスの  
動特性同定に関する考察 (その2)

喰 田 秀 樹

## 要 旨

前報では、プロセスの動特性を正しく得るための条件について、伝達関数による解析により明らかにした。本報では、シミュレーションにより定量的かつイメージを伴った事例を示し、前報の結果を補う。まず、入出力信号の各種条件と同定精度の関係を示した。この結果、フィードバック制御下であっても、同定は可能であることが確認された。また、結果を整理して、同定のためのデータ収集時の入出力信号の条件についてまとめた。

## 1 はじめに

前報では、プロセスの動特性を正しく得るための条件について、伝達関数による解析により明らかにした。本報では、シミュレーションにより定量的かつイメージを伴った事例を示し、前報の結果を補う。

対象は、基本的に前報の解析にて用いたものをそのまま利用する。これに対しシミュレータを作成し、外乱や雑音を与えて入出力データを得る。このデータを用いて同定を行い、得られたモデルを真の応答と比較する。これにより、前報では単純に数式として表現されていたものを、具体的なデータとして解析し、入出力信号の各種条件と同定精度の関係を示す。

## 2 対 象

解析の対象ならびにそのブロックダイアグラムを図1、図2に示す。基本的に前報で使用した蒸留塔塔底側のモデルと同じである。ただし、問題をより単純化するため、コントローラのTC-FCカスケードは排しTC単一としている。また、FCは排したものの、入力信号は測定する必要があるためFIは残している。状況設定の詳細については、前報ならびに図1、図2を参照願う。また、前報で示した伝達関数解析による入出力の条件の違いの同定結果への影響を表1に再録する。

対象の動特性については、一次遅れによって表現した。具体的には、プロセス側 $G_p$ の時定数が10分、ゲインが2、外乱側 $G_d$ の時定数が4分、ゲインが1としている。また、コントローラはPIコントローラとし、ゲインが1、リセットタイムが8分である。動特性にしる、コントローラにしる単純すぎると思われる向きもあるかもしれないが、本来の目的である「入出力信号の各条件が同定精度に与える影響」を比較するには答自体は単純である方が結果が読み取りやすいため、あえて単純化したものである。

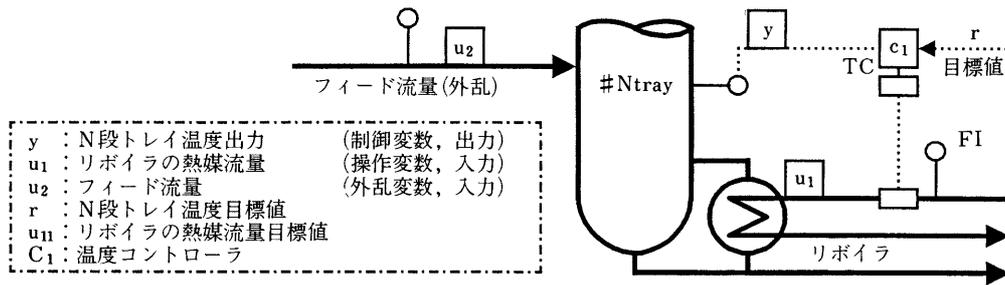
## ＜執筆者紹介＞

喰 田 秀 樹



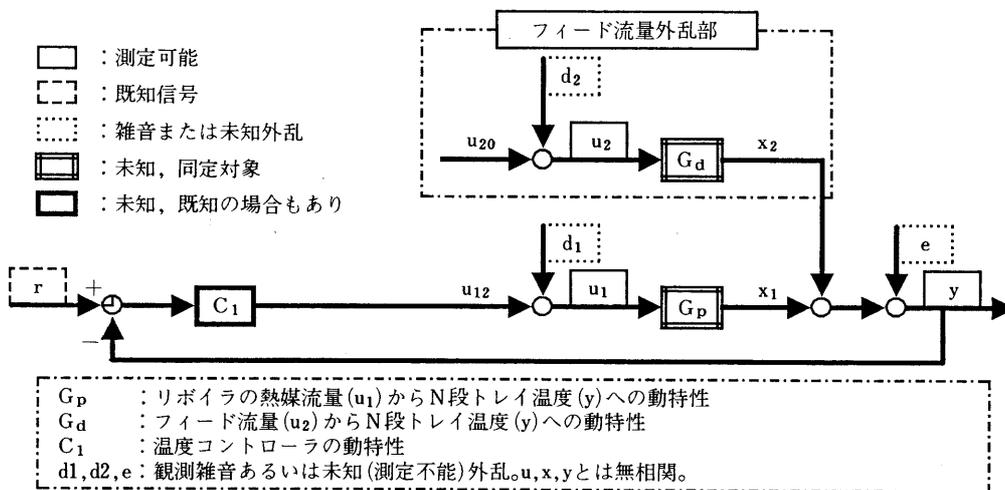
Shokuda, Hideki  
昭和62年入社  
出光石油化学(株)  
徳山工場  
技術課  
出身地：兵庫県

フィードバック制御下でのプロセスの動特性同定に関する考察 (その2)



# N trayの温度をリボイラの熱媒流量で制御している。外乱としてフィード流量が存在する。制御系はTCのみである。制御変数はN段トレイ温度、操作変数はリボイラの熱媒流量である。(前報はTC-FCのカスケード制御であったが、単順化のためカスケードは排した)。

図1 動特性同定対象の例 (蒸留塔塔底側)



リボイラに対する応答 $x_1$ と外乱からの応答 $x_2$ の和に観測雑音 $e$ が付加されたものがプロセスの出力 $y$ となる。

図2 図1の例題に対するブロックダイアグラム

3 問題設定

問題としては、シミュレーションによって作成された入出力データを用いて、対象の動特性 (プロセス側 $G_p$ , 外乱側 $G_d$ ) をステップ応答モデル (ステップ応答係数列) として求めるものとした。 $z$ 領域で時定数を直接求める方法もあるが、①ステップ応答モデルとして求める方が実務に即していること、②単に時定数を数値として比較するより、応答波形として比較した方が情報量も多く、また直感的にイメージで訴えられること、によりステップ応答モデルを選んだ。

4 シミュレーション環境

シミュレーション環境にはMATLAB (4.2c) / SIMULINK (1.3c) を用いた。SIMULINKによるブロックダイアグラムの一例を図3に示す。

SIMULINKの時間単位を分とみなし (本来は秒)、0.1分の固定きざみでRK45によりシミュレーションを行っている。シミュレーション期間は200分とし、2001点のデータを得るが、これを1/10に間引き、201点としている。この1分データ201点を同定用のデータとした。

ステップ応答モデルの同定アルゴリズムには、

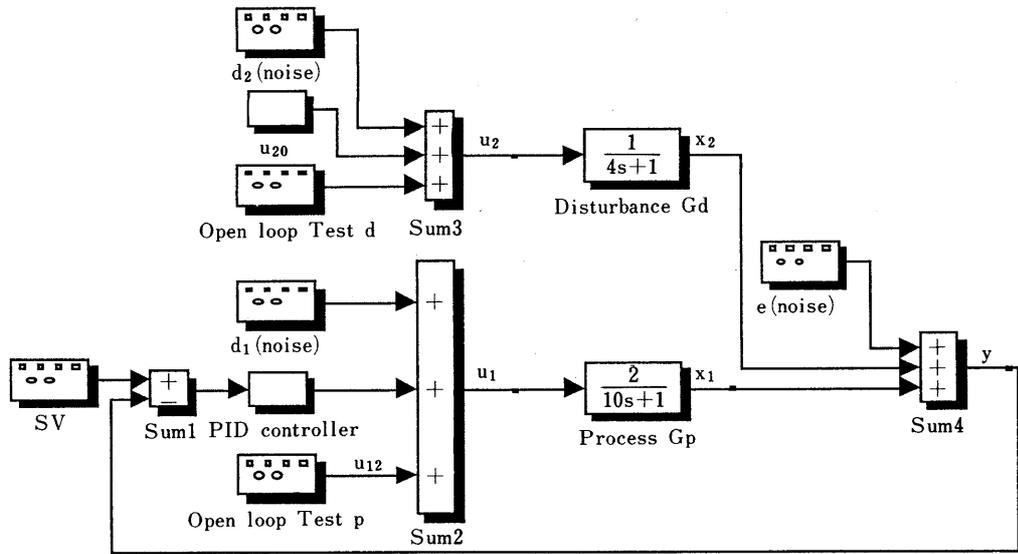


図3 SIMULINKによるブロックダイアグラムの一例

表1 入出力信号の性質とクローズドループの伝達関数の関係

ケース	変化, 雑音の有無			伝達関数Y/U <sub>1</sub>
	R	D <sub>1</sub>	E	
1	有	有	有	$\frac{G_p C_2 C_1 R + G_p D_1 + E}{C_2 C_1 (R - E) + D_1}$
2	無	有	有	$\frac{G_p D_1 + E}{-C_2 C_1 E + D_1}$
3	有	無	有	$\frac{G_p C_2 C_1 R + E}{C_2 C_1 (R - E)}$
4	無	無	有	$-\frac{1}{C_1 C_2}$
5	有	有	無	G <sub>p</sub>
6	無	有	無	G <sub>p</sub>
7	有	無	無	G <sub>p</sub>
8	無	無	無	不能

MATLABのシステム同定ToolBoxの“arx”を用いた。これは、arxモデルの係数を最小二乗法によって求めるものである。出力側の係数は1で固定し、入力側の係数列を求めている。入力側次数は、対象の時定数を考慮して60次とした。今回は、同定アルゴリズム側の比較が目的ではないので、すべてのケースに対して、上記の設定を使用している。なお、同

定アルゴリズムの都合上(数値的な問題)、入力信号には常にホワイトノイズを加えてある。

### 5 シミュレーションならびに結果

シミュレーションは大きく分けて以下の3ケースについて行っている。

- ① 単変数(プロセスのみ)オープンループ
- ② 単変数(プロセスのみ)クローズドループ
- ③ 多変数(プロセスと外乱)クローズドループ

今回の議論の焦点は③であるが、議論を進める上では、理想的なケースから順次検討していくこととする。

#### 5.1 単変数(プロセスのみ)オープンループ

コントローラは機能しないようにし、入力u<sub>12</sub>を別途生成してプロセスに加え、オープンループとして同定する。このとき、伝達関数Y/U<sub>1</sub>は式(1)となる。

$$\frac{Y}{U_1} = G_p + \frac{E}{D_1} \quad \dots\dots(1)$$

これを確認する。小分類として以下の3ケースについて確認している。

- (1) 入力u<sub>12</sub>の変動周期の影響
- (2) 入力雑音d<sub>1</sub>の影響

(3) 出力雑音 $e$ の影響

以下、それぞれについて同定結果と考察を示す。

5.1.1 入力 $u_{12}$ の変動周期の影響

同定用入力信号として方形波を加えている。その方形波の周期の同定精度への影響を観察した。出力雑音 $e$ は0, 入力雑音 $d_1$ のピークは0.05で固定とする。入出力信号の一例を図4に, 同定されたステップ応答モデルの比較を図5にそれぞれ示す。

入力信号 $u_{12}$ の振幅1に固定し,  $u_{12}$ の周期を1:140分, 2:80分, 3:40分, 4:20分, 5:333分と変化させた。Rが真の応答である。1はプロセスが定常に達してから入力に変化するものであり, テスト期間中に3回変化する。この場合は, 問題なく同定できている。2から4までは, 方形波の周期を1/2ずつに短くしていったものである。入力信号

にプロセスに適合した周波数成分が含まれなくなっていくため, 同定精度が低下していく様子が判る。5は, 逆に周期を延ばしたものであり, テスト期間中に1回しか変化しない。この場合は, 周波数成分的には問題ないが, 情報が不足する(変化回数が少ない)ため, うまく同定できないことが確認できる。これより, 入力信号は, 対象が定常に達する時間の2倍以上の周期を持ち(対象よりも低い周波数成分までを含む), かつ同定用サンプルデータ中に複数の変化を含んでいる必要があることが確認できる。

5.1.2 入力雑音 $d_1$ の影響

5.1.1の1番目の条件(入力信号 $u_{12}$ の振幅1, 周期140分, 出力雑音 $e$ は0)を固定し, 入力雑音 $d_1$ の大きさを変えて影響を観察したもの。入出力信号の一例を図6に, 同定されたステップ応答モデルの

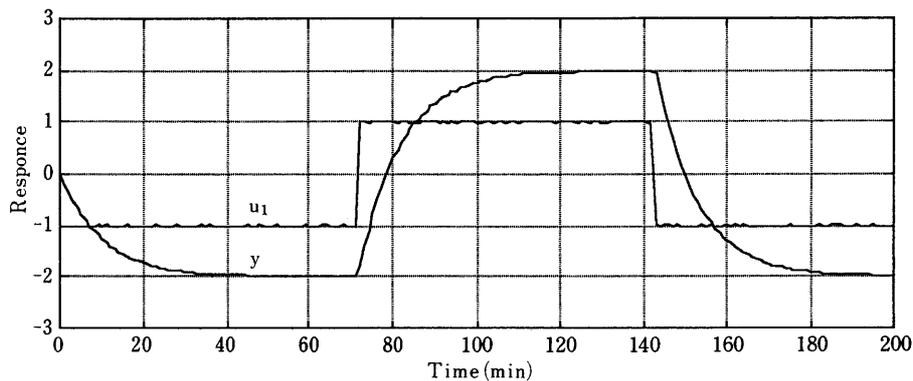


図4 入力 $u_{12}$ の変動周期の影響確認の入出力の例(単変数オープンループ)

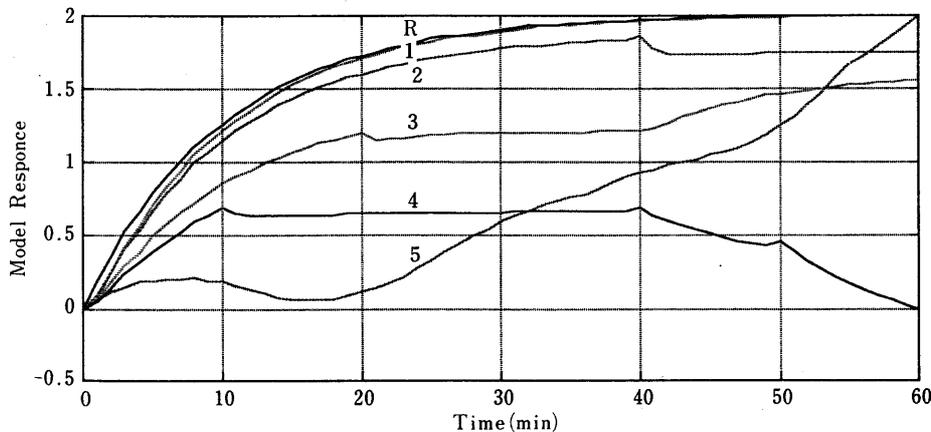


図5 入力 $u_{12}$ の変動周期の影響確認の同定結果(単変数オープンループ)

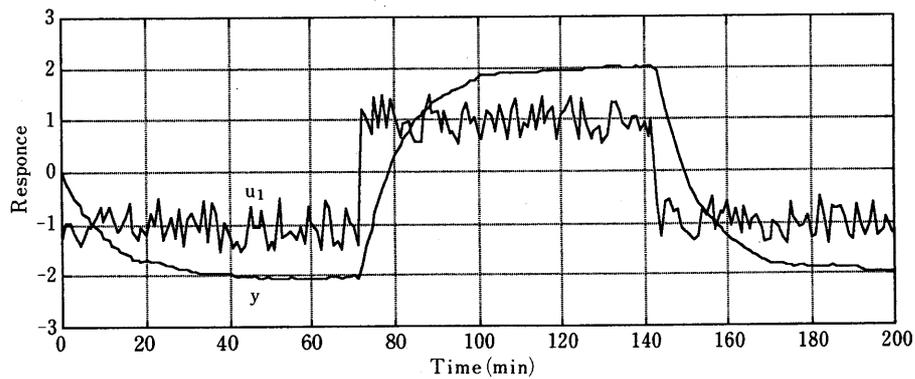
比較を図7にそれぞれ示す。

入力信号 $u_{12}$ の振幅1に対して、入力雑音 $d_1$ のピークを1:0.05, 2:0.10, 3:0.50, 4:1.00, 5:2.00と変化させた。同定用入力信号の振幅より雑音の振幅の方が小さい1, 2, 3のケースでは、本来のモデル $R$ とほとんど差はない。両者の振幅が同じである4のケースでは若干差が生じる。雑音の振幅が同定用入力信号の振幅の2倍となる5のケースではさすがに誤差が大きくなる。しかし、実用上は許容できる誤差である。式(1)によると、同定結果は入力雑音の影響は受けないことになっているが、現実にはSN比の低下とともに同定精度も低下していることが確認できる。ただし、SN比0.5程度までであれば、実用上は問題ない。

### 5.1.3 出力雑音 $e$ の影響

5.1.1の1番目の条件(入力信号 $u_{12}$ の振幅1, 周期140分, 入力雑音 $d_1$ のピーク0.05)を固定し, 出力雑音 $e$ の大きさを変えて影響を観察したもの。入出力信号の一例を図8に, 同定されたステップ応答モデルの比較を図9にそれぞれ示す。

出力雑音 $e$ のピークを1:0.05, 2:0.10, 3:0.50, 4:1.00, 5:2.00と変化させた。式(1)によると, 同定結果は出力雑音のプロセスの応答に足し合わされる形で影響が現れる。図9をみると, 出力雑音 $e$ が大きくなるとともに, モデルの波形の乱れも大きくなっており, 理論どおりの結果が得られていることが確認できる。しかし, 基本波形は本来の応答をトレースしており, 同定精度は極端に悪くなっ



雑音 $d_1$ の大きさが0.5の場合の例。

図6 入力雑音 $d_1$ の影響確認の入出力の例(単変数オープンループ)

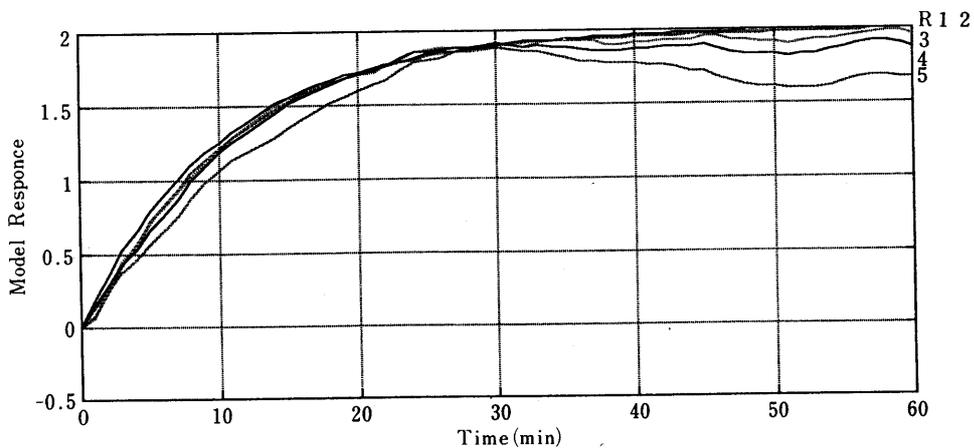
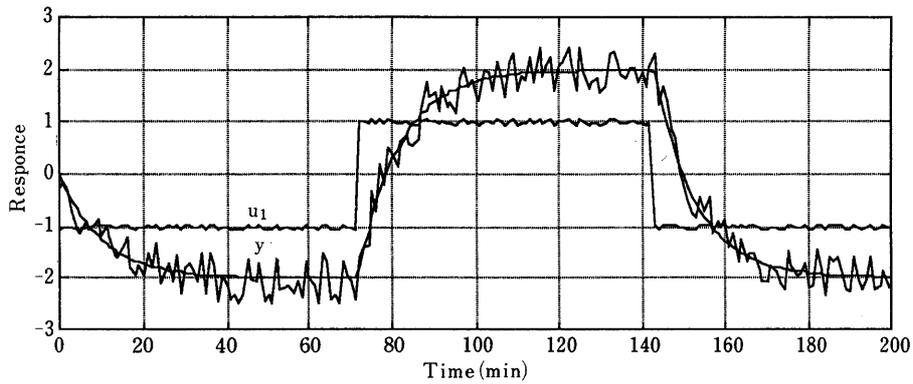


図7 入力雑音 $d_1$ の影響確認の同定結果(単変数オープンループ)



雑音 e の大きさが 0.5 の例。

図 8 出力雑音 e の影響確認の入出力の例 (単変数オープンループ)

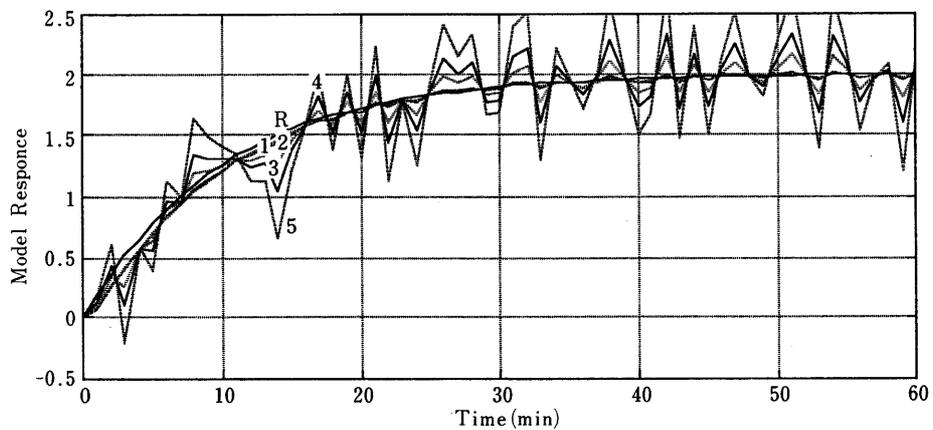


図 9 出力雑音 e の影響確認の同定結果 (単変数オープンループ)

ていない。得られたモデルにスムージングを施すことで対応可能である。

### 5.2 単変数 (プロセスのみ) クローズドループ

コントローラを機能させ、外乱 (この場合は測定不可能)、雑音は e で代表して、クローズドループとして同定する。このとき、伝達関数  $Y/U_1$  は前報と同じく表 1 のようになる。小分類として以下の 3 ケースについて確認している。

- (1) 出力雑音 (外乱も含む) e の影響
- (2) 入力雑音  $d_1$  の影響
- (3) コントローラの目標値 r の影響

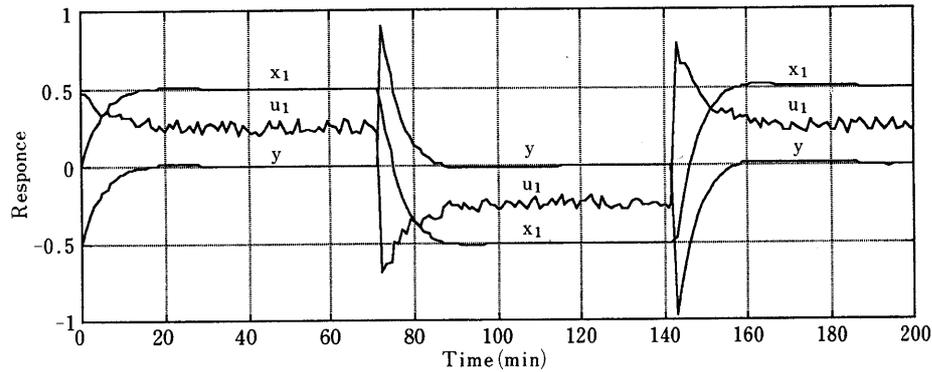
以下、それぞれについて同定結果と考察を示す。

#### 5.2.1 出力雑音 (外乱も含む) e の影響

クローズドループにおいて、目標値 r は 0 で一定、入力雑音  $d_1$  のピークを 0.05 とし、出力雑音 (測定不可外乱も含む) e を加えその影響をみる。入出力信号の一例を図 10 に、同定されたステップ応答モデルの比較を図 11 にそれぞれ示す。

- 1 : 出力雑音 e がピーク 0.5 のホワイトノイズ
- 2 : 出力雑音 e がピーク 1.0 のホワイトノイズ
- 3 : 出力雑音 e が振幅 0.5, 周期 140 分の方形波
- 4 : 出力雑音 e が振幅 1.0, 周期 140 分の方形波
- 5 : 出力雑音 e が振幅 1.0, 周期 040 分の方形波

表 1 に示したようにコントローラの逆が求まるケース (4) である。プロセスの特性は同定不可能であ



$d_1$ の振幅が0.05, 出力雑音  $e$  が振幅1.0, 周期140分の方形波としたときの例。

図10 出力雑音 (外乱も含む)  $e$  の影響確認の入出力の例 (単変数クローズドループ)

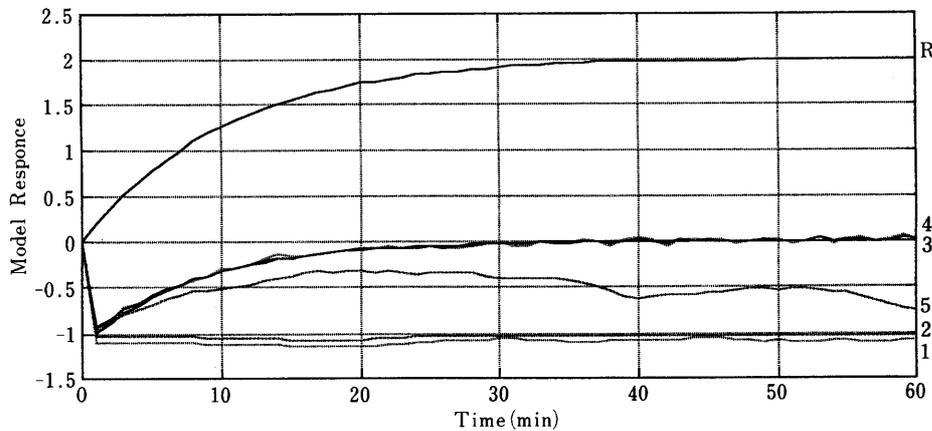


図11 出力雑音 (外乱も含む)  $e$  の影響確認の同定結果 (単変数クローズドループ)

ることが確認できる。出力雑音が方形波であり、かつ、周波数成分的にも適当なものであれば (3, 4), コントローラの逆が同定されていることが確認できる (コントローラの逆と 3, 4 はほとんど重なっており、区別できない)。出力雑音ホワイトノイズである場合 (1, 2) は、周波数成分の関係からコントローラの逆の初期の応答のみ同定される。これより、入力側に有意な信号が無い場合には、雑音、測定不能外乱の性質によらず、プロセスの特性を同定することは不可能であることが確認できる。

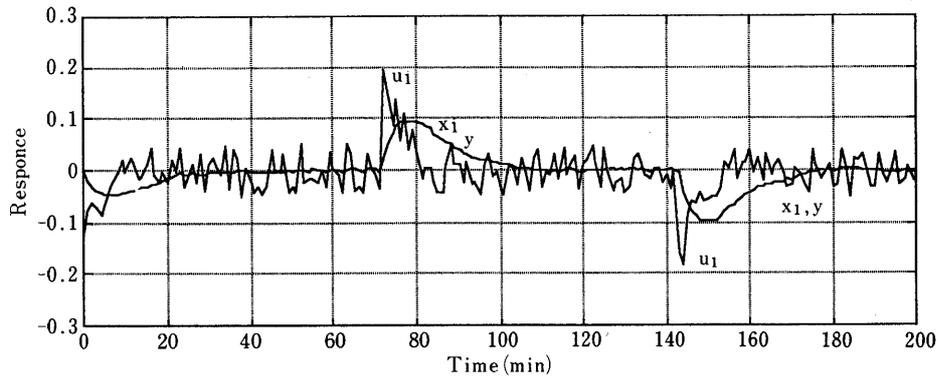
### 5.2.2 入力雑音 $d_1$ の影響

クローズドループにおいて、目標値  $r$  は 0 で一定、出力雑音 (外乱も含む)  $e$  も 0 として、入力雑音  $d_1$  を加えその影響をみる。表 1 のケース (6) に当た

る。入出力信号の一例を図12に、同定されたステップ応答モデルの比較を図13にそれぞれ示す。

- 1 : 入力雑音がピーク0.5のホワイトノイズ
- 2 : 入力雑音がピーク1.0のホワイトノイズ
- 3 : 入力雑音がピーク0.05のホワイトノイズと振幅0.50, 周期140分の方形波の合成
- 4 : 入力雑音がピーク0.05のホワイトノイズと振幅0.10, 周期140分の方形波の合成
- 5 : 入力雑音がピーク0.05のホワイトノイズと振幅0.02, 周期140分の方形波の合成

表 1 に示したようにプロセスが求まるケース (6) である。入力雑音に有意な信号があれば、プロセスの特性が同定可能であることが確認できる (3, 4)。入力雑音の有意成分が、ホワイトノイズよりも小さい場合には、同定が困難となる (5)。また、入力雑



$d_1$ がピークが0.05のホワイトノイズと、振幅0.1、周期140分の方形波の合成としたときの例。

図12 入力雑音 $d_1$ の影響確認の入出力の例 (単変数クローズドループ)

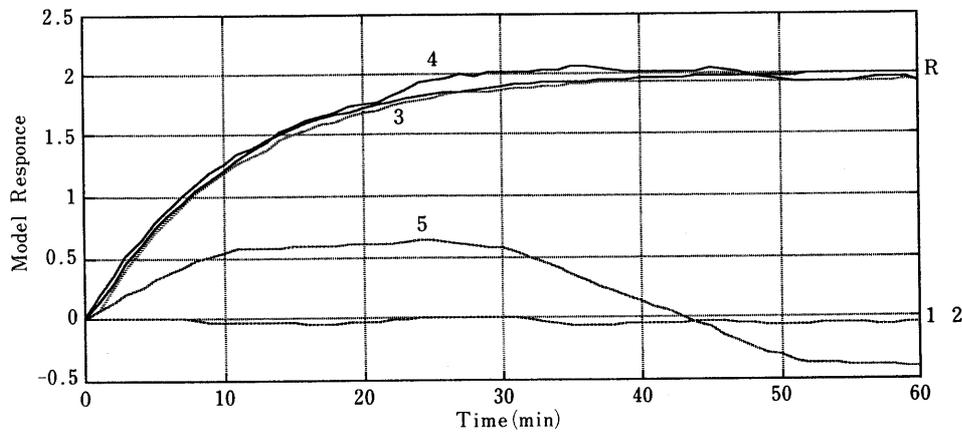


図13 入力雑音 $d_1$ の影響確認の同定結果 (単変数クローズドループ)

音がホワイトノイズのみの場合には、同定不可能であることも確認できる (1, 2)。

### 5.2.3 コントローラの影響目標値 $r$ の影響

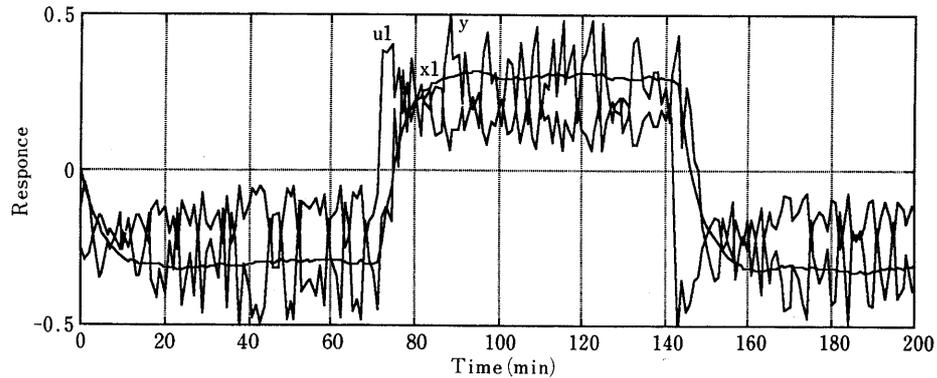
クローズドループにおいて、入力雑音 $d_1$ は0.05で一定、出力雑音 (外乱も含む)  $e$ も0として、目標値 $r$ を変更してその影響をみる。なお、入力雑音 $d_1$ と出力雑音 $e$ の影響も合わせてみる。表1のケース(7)とその拡張に当たる。目標値 $r$ 、入力雑音 $d_1$ と出力雑音 $e$ の組合せを表2に示す。入出力信号の一例を図14に、同定されたステップ応答モデルの比較を図15にそれぞれ示す。

表1に示したようにプロセスが求まるケース(7)である。理想に近い条件の1では、ほぼ真の特性に等しいモデルが得られている。また、2では、テス

表2 目標値 $r$ 、入力雑音 $d_1$ と出力雑音 $e$ の内容

ケース	入力雑音 $d_1$ のピーク	出力雑音 $e$ のピーク	目標値 $r$ の振幅	目標値 $r$ の変化周期
1	0.1	0.0	0.30	140
2	0.1	0.0	0.30	040
3	0.1	0.0	0.03	140
4	0.1	0.2	0.30	140
5	0.1	0.5	0.30	140

ト信号として印加した場合には周期が短すぎた信号でも、目標値として与えると実用になることが確認できる。3は、入力雑音に比べて目標値の変化幅が小さい場合である。同定精度は低下しているが、信号強度の差から予想されるほど精度は悪化していない。4, 5は、出力雑音 $e$ の影響をみたものである。出力雑音 $e$ のピークが大きくなると、フィードバック



目標値  $r$  の変更が振幅0.2、周期140分の方形波、入力雑音  $d_1$  がピークが0.1のホワイトノイズ、出力雑音  $e$  がピークが0.1のホワイトノイズとしたときの例。

図14 コントローラの目標値  $r$  の影響確認の入出力の例 (単変数クローズドループ)

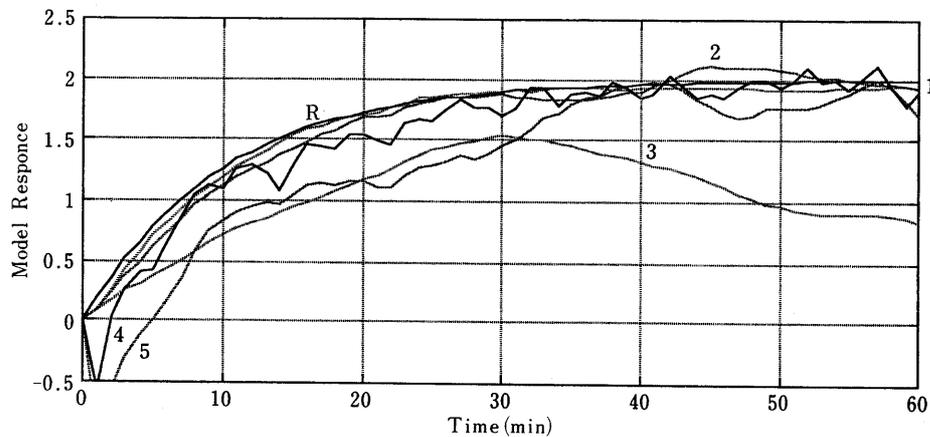


図15 コントローラの目標値  $r$  の影響確認の同定結果 (単変数クローズドループ)

の影響が強く現れるため、モデルの初期に逆応答が観察される。この逆応答は、出力雑音  $e$  のピークが大きくなるほど顕著となるが、定常ゲインに対する影響は小さいようである。なお、ここには示していないが、出力雑音  $e$  のピークを0.1とした場合には、実用上は満足できるモデルが得られている。

これより、同定においては、コントローラの目標値  $r$  の変更は有効であることが確認できた。

### 5.3 多変数 (プロセスと外乱) クローズドループ

外乱を考慮 (測定可能) し、多変数クローズドループとして取り扱う。小分類として以下の3ケースについて確認している。

- (1) 外乱  $x_2$  (出力雑音  $e$  も含む) の影響
- (2) 入力雑音  $d_1$  の影響
- (3) コントローラの目標値  $r$  の影響

以下、それぞれについて同定結果と考察を示す。

#### 5.3.1 外乱 $x_2$ (出力雑音 $e$ も含む) の影響

外乱を考慮し、多変数クローズドループとして取り扱う。入力雑音  $d_1$  は0.1、コントローラ目標値  $r$  も0で固定し、外乱  $u_2$  を加えその影響をみる。表1のケース(4)に対応する。外乱信号の内容を表3に示す。入出力信号の一例をプロセス側を図16に、外乱側を図17に、同定されたステップ応答モデルの比較をプロセス側を図18に、外乱側を図19にそれぞれ示す。

フィードバック制御下でのプロセスの動特性同定に関する考察 (その2)

プロセス側については、外乱の性質を変えても、求まるモデルに大きな差はない。単変数の場合と同様、プロセス自体への入力に有意なものでない限り、プロセスの特性の同定は不可能であることが確認できる。表1のケース(4)に示されるとおり、コントローラの逆(実線で示されている)の近傍に集まっていることが確認できる。

一方、外乱側については、オープンループとみな

せ、その観点でみると同定可能である信号が加えられているにもかかわらず、まったく同定できていない。加える信号の性質を変化させても改善されない。

コントローラにより作られる入力に有意な信号が含まれていなければ、プロセス外乱ともに同定は不可能である。

5.3.2 入力雑音 $d_1$ の影響

外乱を考慮し、多変数クローズドループとして取り扱う。コントローラ目標値 $r$ は0で固定し、入力雑音 $d_1$ を加え、その影響をみる。併せて外乱 $u_2$ も変更し同定精度への影響を確認する。表1のケース(6)に対応する。入力雑音、外乱信号の内容を表4に示す。入出力信号の一例をプロセス側を図20に、外乱側を図21に、同定されたステップ応答モデルの比較をプロセス側を図22に、外乱側を図23にそれぞれ示す。

1については、プロセスの同定用信号としては十

表3 外乱信号 $u_2$ の内容

ケース	外乱 $u_{20}$ の形態	変化幅	変化期間/周期	外乱雑音 $d_2$ のピーク
1	ランプ	2.0	20~100分	0.5
2	ランプ	1.0	20~100分	0.5
3	方形波	1.0	080分	0.5
4	方形波	1.0	140分	0.5
5	方形波	0.3	140分	0.5

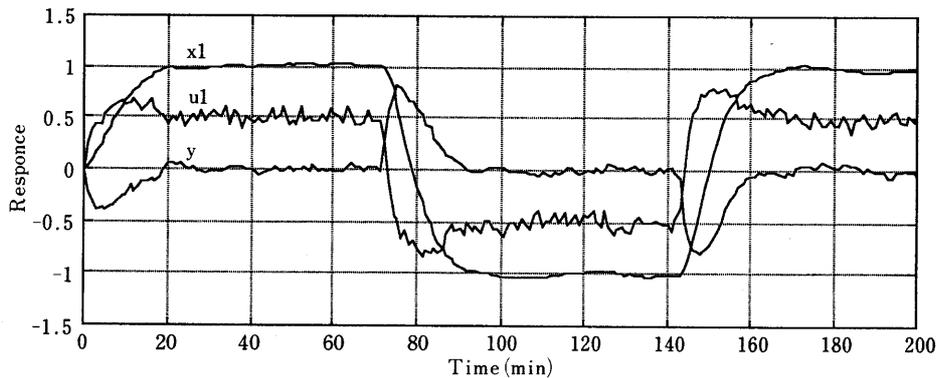


図16 外乱 $x_2$ の影響確認のプロセス側の入出力の例 (多変数クローズドループ)

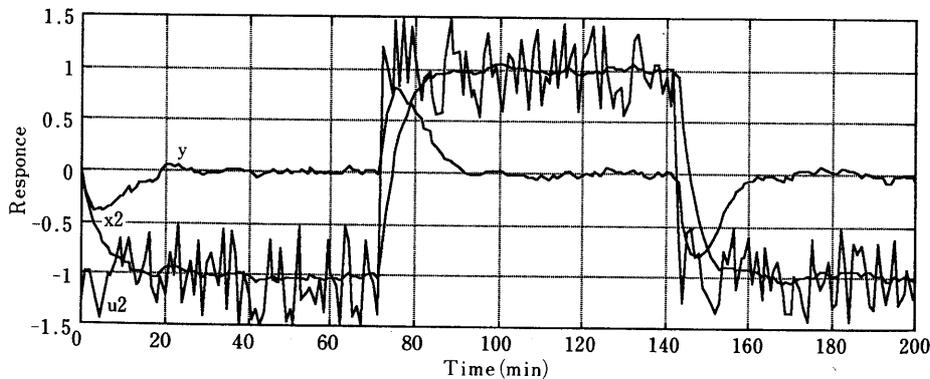


図17 外乱 $x_2$ の影響確認の外乱側の入出力の例 (多変数クローズドループ)

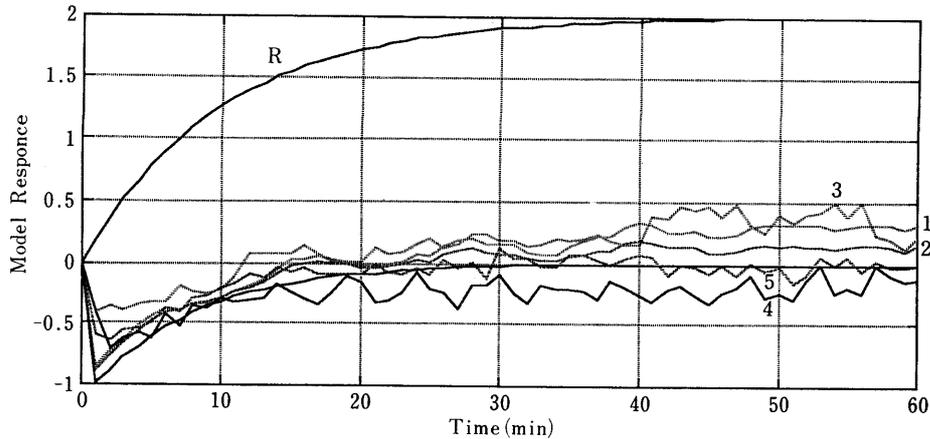


図18 外乱 $x_2$ の影響確認のプロセスの同定結果 (多変数クロズドループ)

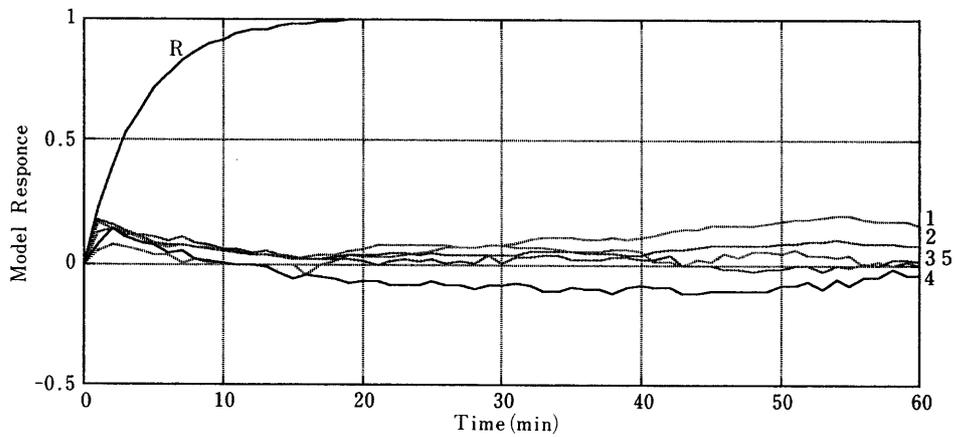


図19 外乱 $x_2$ の影響確認の外乱の同定結果 (多変数クロズドループ)

表 4 入力雑音, 外乱信号の内容

ケース	外乱 $u_{20}$			入力雑音 $d_1$	
	形態	変化幅	変化期間/周期	振幅	周期
1	ランプ	1.0	20~100分	1.0	140
2	ランプ	1.0	20~100分	0.3	140
3	方形波	1.0	080分	1.0	140
4	方形波	1.0	140分	1.0	140
5	方形波	1.0	125分	1.0	140
6	方形波	1.0	125分	0.3	140

分であるが、外乱側の信号が十分でないため、2つのモデルがうまく分離できなかったものである。2については、1に対してプロセス側の同定用信号の強度を弱めているため、さらに分離がうまくできなくなったものである。3については、個別(単変数

として扱った場合)の同定用信号としては十分はなずであるが、2つを同時に加えた際に、干渉や位相が悪い方向に働いたものとする。4については、2つの同定用信号の位相がそろってしまっていることが原因であろう。同定用信号としてM系列のようなランダムな信号が必要である理由がわかる。5については、上記の問題点がほぼ解消されているので、良い結果につながったものである。6については、プロセス側の同定用信号の強度が弱いことが読み取れる。5、6より、プロセス側の同定用信号の強度も重要な要因である(強ければよいというものでもない)ことがわかった。

また、3、5を比較すれば判るように、プロセス側と外乱側では、同定精度を上げるための条件が必ずしも一致しないことも確認できる。

フィードバック制御下でのプロセスの動特性同定に関する考察 (その2)

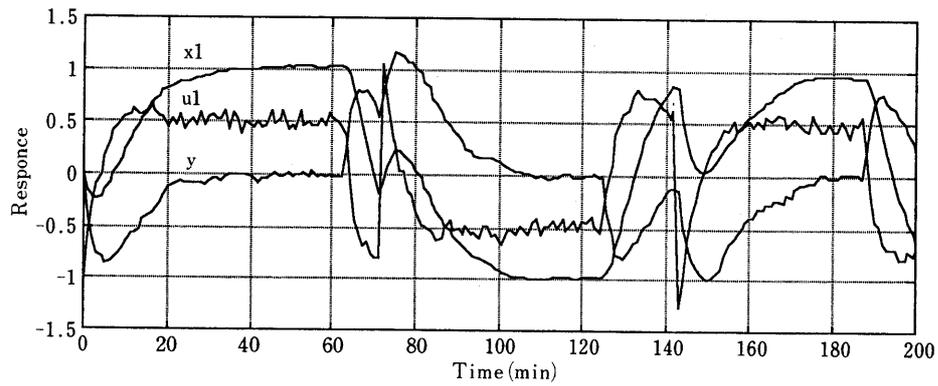


図20 入力雑音 $d_1$ の影響確認のプロセス側の入出力の例 (多変数クローズドループ)

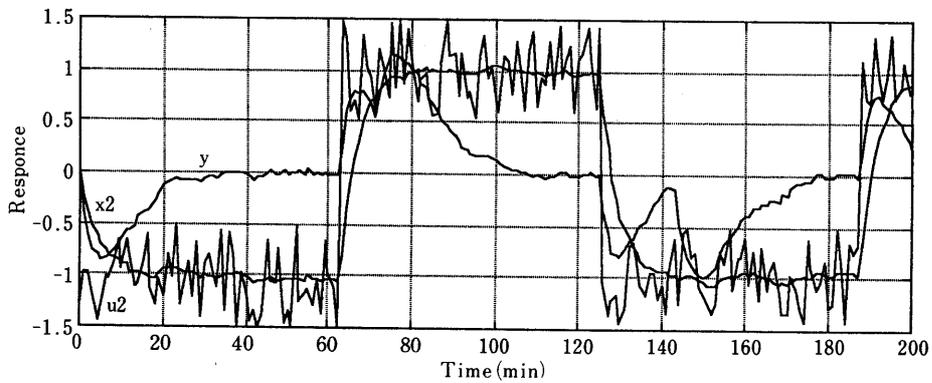


図21 入力雑音 $d_1$ の影響確認の外乱側の入出力の例 (多変数クローズドループ)

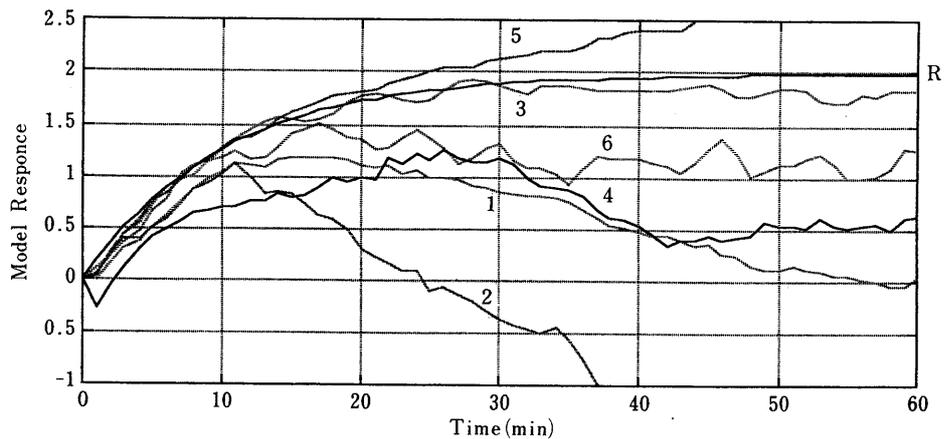


図22 入力雑音 $d_1$ の影響確認のプロセスの同定結果 (多変数クローズドループ)

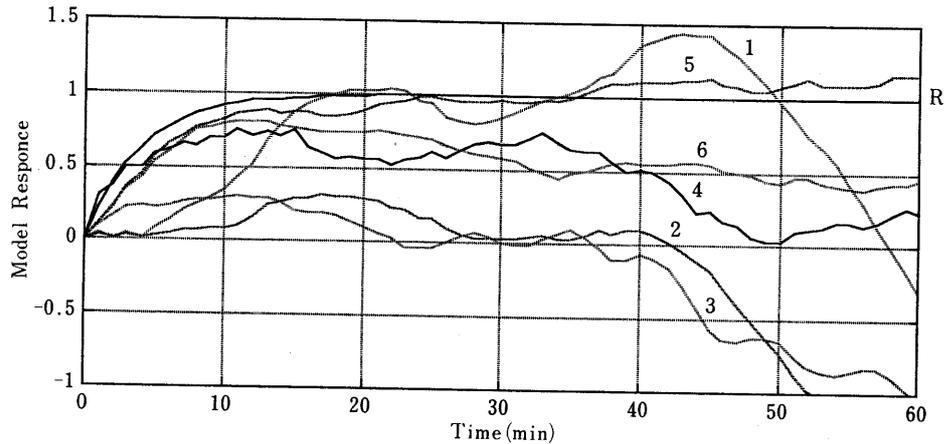


図23 入力雑音 $d_1$ の影響確認の外乱の同定結果 (多変数クローズドループ)

### 5.3.3 コントローラの目標値 $r$ の影響

外乱を考慮し、多変数クローズドループとして取り扱う。入力雑音 $d_1$ は0.1で固定し、コントローラ目標値 $r$ を変化させてその影響をみる。併せて、外乱側の信号も変更し、同定精度を確認する。表1のケース(7)に対応する。コントローラ目標値 $r$ と外乱信号の内容を表5に示す。入出力信号の一例をプロセス側を図24に、外乱側を図25に、同定されたステップ応答モデルの比較をプロセス側を図26に、外乱側を図27にそれぞれ示す。

1については、プロセスの同定信号としては十分であるが、外乱側の信号が十分でないため、2つのモデルがうまく分離できなかったものである。2については、個別(単変数として扱った場合)の

表5 コントローラ目標値 $r$ と外乱信号の内容

ケース	外乱 $u_{20}$			コントローラ目標値 $r$	
	形態	変化幅	変化期間/周期	振幅	周期
1	ランプ	1.0	20~100分	1.0	140
2	方形波	1.0	080分	1.0	140
3	方形波	1.0	140分	1.0	140
4	方形波	1.0	125分	1.0	140
5	方形波	1.0	125分	1.0	100
6	方形波	1.0	125分	0.3	140

同定用信号としては十分なはずであるが、2つを同時に加えた際に、干渉や位相が悪い方向に働いたものとする。3については、2つの同定用信号の位相がそろってしまっていることが原因であろう。

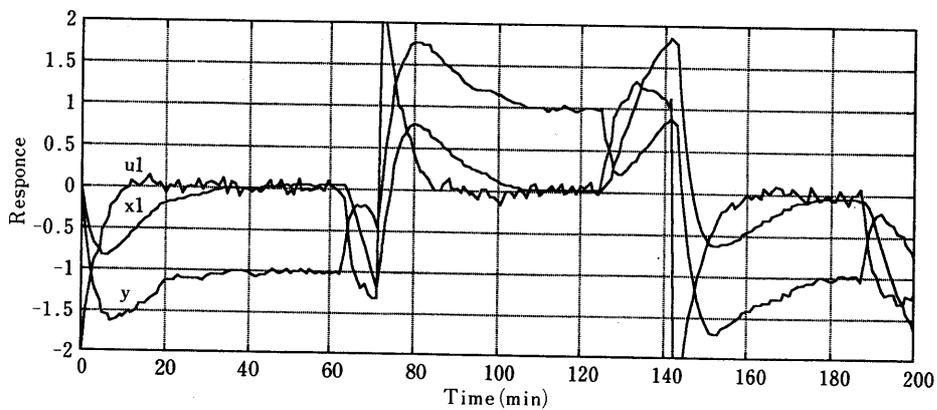


図24 コントローラの目標値 $r$ の影響確認のプロセス側の入出力の例 (多変数クローズドループ)

フィードバック制御下でのプロセスの動特性同定に関する考察 (その2)

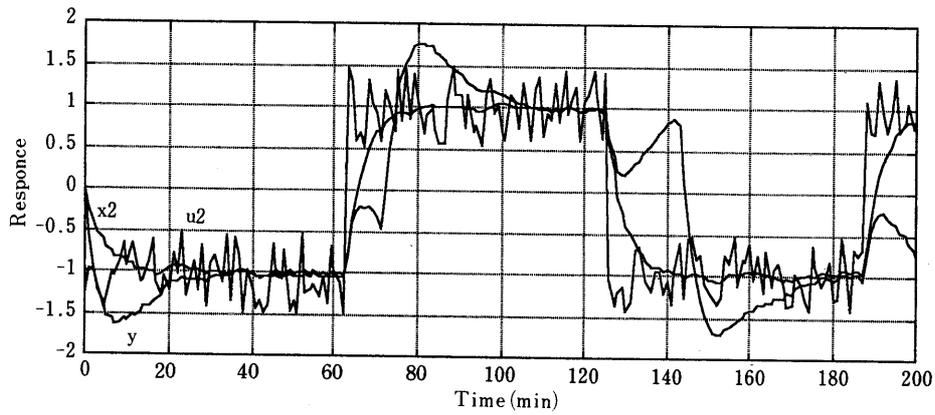


図25 コントローラ的目標値 $r$ の影響確認の外乱側の入出力の例 (多変数クローズドループ)

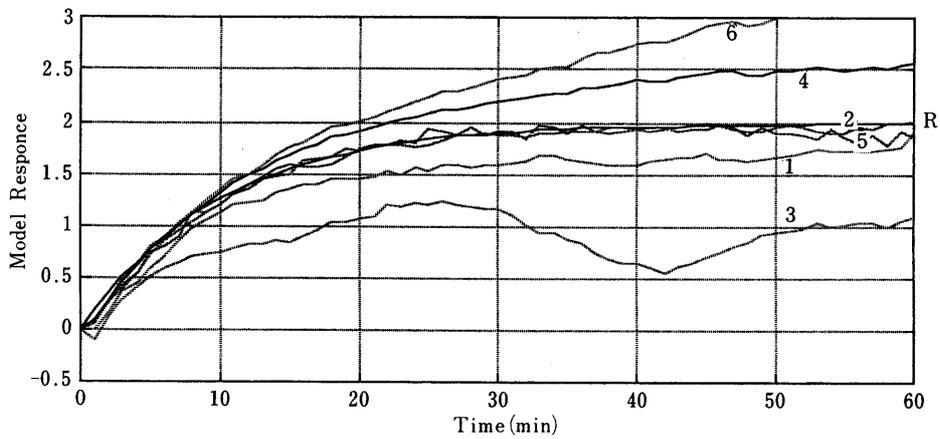


図26 コントローラ的目標値 $r$ の影響確認のプロセスの同定結果 (多変数クローズドループ)

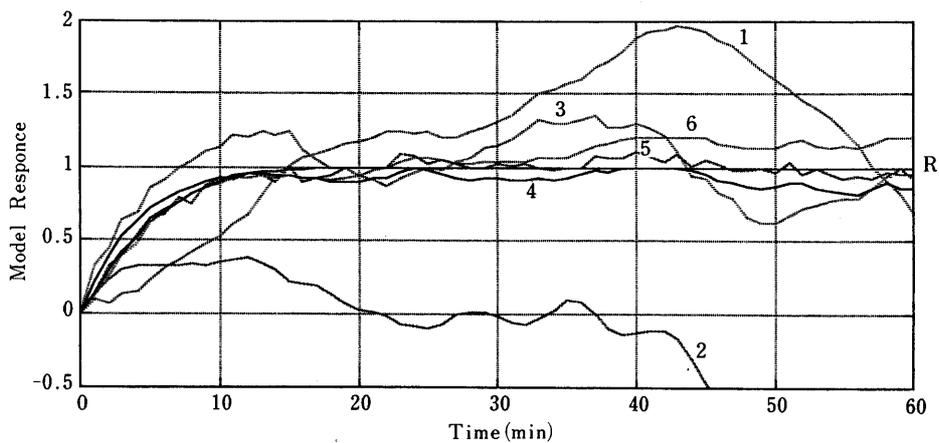


図27 コントローラ的目標値 $r$ の影響確認の外乱の同定結果 (多変数クローズドループ)

表 6 可同定の条件についてのまとめ

同 定 用 入 力 信 号	操 作 変 数 からの 応 答	外 乱 変 数 からの 応 答
入 力 対 象	コ ン ト ロ ー ラ 目 標 値	外 乱 自 体
信 号 波 形	ス テ ッ プ の 繰 返 し	同 左
繰 返 し 周 期	ラ ン ダ ム (M 系 列 な ど)	同 左
最 長 周 期	条 件 な し	整 定 時 間 以 上
振 幅	出 力 へ の 影 響 が 確 認 で き, か つ 雑 音 の ピ ー ク の 1/2 以 上	同 左

同定用信号としてM系列のようなランダムな信号が必要である理由がわかる。4については、上記の問題点がほぼ解消されているので、良い結果につながったものである。5については、目標値の変更周期を短くすることが同定精度に対して良い影響を及ぼしている。短すぎても問題と考えるが、今後詳細に検討したい。6については、プロセス側の同定用信号の強度が弱いことが読み取れる。

## 6 可同定の条件についてのまとめ

コントローラを機能させたまままで採取したデータ

を用いても、対象の動特性は同定可能であることが確認された。このときの条件について、表6にまとめる。

## 7 おわりに

入出力信号の条件の違いの同定精度への影響を代表的なケースを例に定量的に示した。条件と得られるモデルの関係のイメージは示せたと考えている。また、フィードバック制御下にあっても、同定は可能であることが確認された。これは、動特性テストというと、制御はマニュアルにするという従来の常識を覆すものである。外乱の存在下で運転状態の変更（つまり目標値の変更）が行われる場合には、運転データだけでも（目標値の変更や外乱に多少の条件はあるものの）動特性が同定可能である。また、動特性テストの実施に際しても、コントローラは機能させておけるため対象プロセスの安定性は保持できることを意味している。

また、今回は一般的な同定ツールを使用したか、ステップ応答モデル同定のための専用ツール（DMIやSMC-Modelなど）で同様な検討を行い、性能を評価するというのも興味深い。



# フィードバック制御下でのプロセスの 動特性同定に関する考察 (その3)

喰 田 秀 樹

## 要 旨

最近の制御手法は、対象の動特性モデルを用いることが一般的になってきている。動特性モデルを得るためには、操作変数を摂動させ制御変数の応答を観測するテストを行う。この際、通常用いられているフィードバック制御系を切り離して行う方法は、安定性やオペレータ負荷の点で不利となる。そのため、制御系を稼動させた状態のデータから動特性を同定する手法が検討されている<sup>1), 2)</sup>。ここでは、その一つである、制御変数の目標値を摂動させるケースを実プラントに適用し、それが有効であることを確認した。また、閉ループでのテスト、同定の特徴についても考察した。

## 1 はじめに

最近の制御手法は、対象の動特性モデルを用いることが一般的になってきている。動特性モデルを得るためには、操作変数を摂動させ制御変数の応答を観測するテストを行う。この際、通常用いられているフィードバック制御系を切り離して行う方法は、安定性、オペレータ負荷の点で不利となる。そのため、フィードバック制御系を稼動させたままで、動特性テストを行うか、あるいは制御下の通常運転データを同定に使用することが望まれている。既報<sup>3), 4)</sup>では、フィードバック制御下においてプロセスの動特性を正しく同定するための条件と、シミュレーションによる具体例を示した。本報では、実際のプラントのデータを用いて、同定のための条件を

検証した例を示す。

フィードバック制御下での可同定性の条件として、制御変数の目標値を摂動させればよいというものが得られている。実プラントにおいて、この条件下でデータの収集、同定を行い、その方法が実プラントでも有効であることを確認した。

なお、以下では簡素化のため、フィードバック制御が稼動している状態を閉ループ、稼動していない状態を開ループと呼ぶ。

## 2 対 象

検証の対象としてある蒸留塔を選んだ。図1にシンプルフローを示す。

通常の制御は、塔頂側が塔頂代表段温度と抜き出し流量のTC-FCのカスケード制御、塔底側が塔底代表段温度とリボイラスチーム流量のTC-FCのカスケード制御である。今回は、フィードバック制御の有り無しという違いを明確にするため、塔底側のリボイラスチーム流量を一定として塔頂系だけの単変数系のテストとした。

外乱としてはフィード流量をはじめ数種あるが、テスト期間中は極力一定に保った。

## <執筆者紹介>

喰 田 秀 樹



Syokuda, Hideki

昭和62年入社  
出光石油化学(株)  
徳山工場  
技術課  
出身地：兵庫県

( 3 )

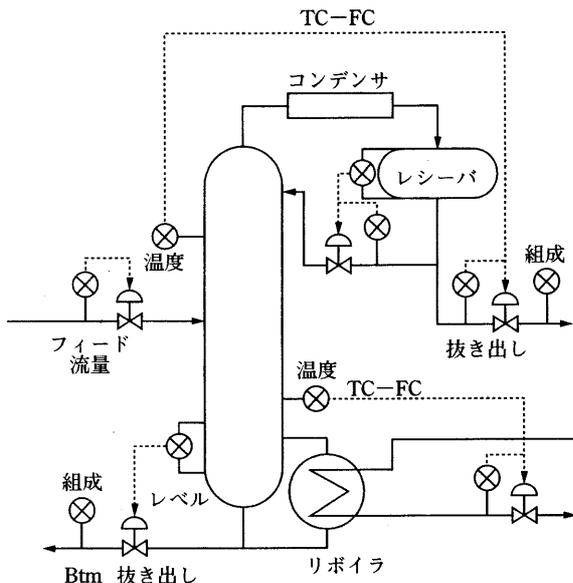


図1 対象装置シンプルフロー

### 3 問題設定

フィードバック制御下での可同定性条件の一つである「制御変数の目標値を摂動させる」の有効性を、実際のプラントで確認する。このため、ケースとして次の二つを設定し、得られた結果を比較検討する。同定の対象は、塔頂抜き出し流量と塔頂代表段温度ならびに塔頂Heavy Key濃度の動特性モデルである。塔頂Heavy Keyとは、塔頂にリークする重質分の代表である。塔頂Heavy Key濃度を追加した理由は、むだ時間の影響を観察するためである。塔

頂代表段温度と塔頂Heavy Key濃度はほとんど同じ挙動を示すが、分析計の動作の影響でむだ時間が付加されることと観測値が離散的になることの違いが生じる。この違いが、同定結果に与える影響を調べる。

#### 3.1 開ループテスト (フィードバック制御なし)

塔頂代表段温度と抜き出し流量のTC-FCのカスケード制御を切り離し、開ループとする。塔頂抜き出し流量をステップ状に変化させて、塔頂代表の温度と塔頂Heavy Key濃度の変化を観測する。一般的なステップテストである。正しい動特性モデルが得られるケースである。

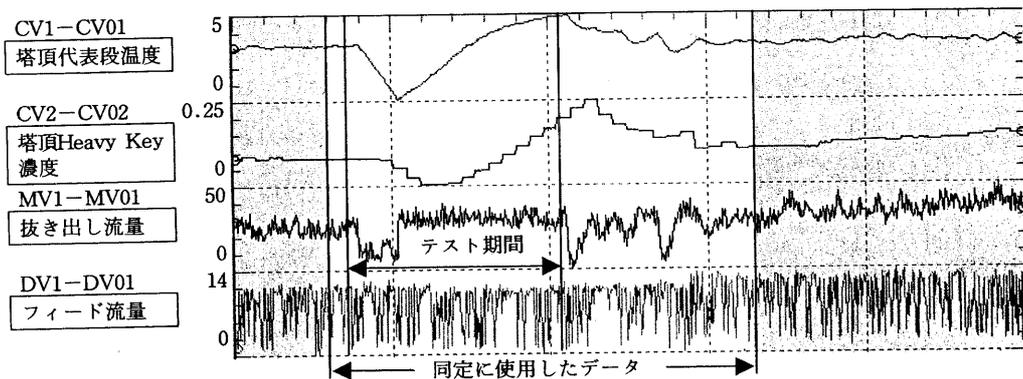
#### 3.2 閉ループテスト (フィードバック制御あり)

塔頂代表段温度と抜き出し流量のTC-FCのカスケード制御を稼働させた閉ループのままとする。塔頂代表段温度の目標値をステップ状に変化させ、抜き出し流量、塔頂代表段温度、塔頂Heavy Key濃度の変化を観測する。閉ループ同定であるが、目標値を変化させているので同定可能となるケースである。

### 4 テスト結果

#### 4.1 開ループテスト

図2に開ループでのステップテストのトレンドを示す。運転上の制約で、テスト期間が十分にとれて



テスト期間を含む24時間のトレンドである。抜き出し流量をステップ状に変化させている (PVをとっている)のでノイズ分の変動はある)。塔頂代表段温度と塔頂Heavy Key濃度は抜き出し流量の変化に対して明確に応答している。また、両制御変数の挙動はむだ時間を除き似通っている。外乱のフィード流量の変動はノイズ成分のみである。テスト自体はあまり長時間継続できておらず、ややデータ不足である。そのため、同定には、テスト終了後の閉ループ部分も一部含めた。

図2 開ループでのステップテストのトレンド

おらず、データ点数としては十分とはいえない。操作変数の第1のステップ入力に対しては、制御変数が定常に達するまで待たれていない。第2のステップ入力に対しては、制御変数が目視で定常ととらえられるまで操作変数側は無変化に保っている。塔頂代表段温度と塔頂Heavy Key濃度は抜き出し流量の変化に対して明確に反応している。トレンドデータから、モデル長は6時間程度あること、ほぼ一次遅れとみなせる単純な特性であること、が読み取れる。

#### 4.2 閉ループテスト

図3に閉ループでのステップテストのトレンドを示す。他の変数も摂動させている一連のテストの一部である。トレンドの始めと終わりの部分で、フィード流量が若干変化しており、制御変数に影響を与えている。

こちらは、コントローラを稼働させた状態で、制御変数の目標値をステップ変化させたテストデータである（目標値のトレンドは省略している）。温度コントローラのチューニングは、通常使用されている状態のままで、今回のテストに際して再チューニングなどは行っていない。閉ループであるので、操作変数は温度コントローラの実出力（＝塔頂抜き出し流量）となっている。そのため、操作変数だけ見る

とインパルス応答テストのようになっている。目標値変更のステップの振幅は一定であるが、間隔はランダムにしてある。テスト期間、ステップの回数とも十二分とはいえないが不足はしていないと考える。トレンドから目視で動特性を読み取ることは困難である。

#### 5 同定結果

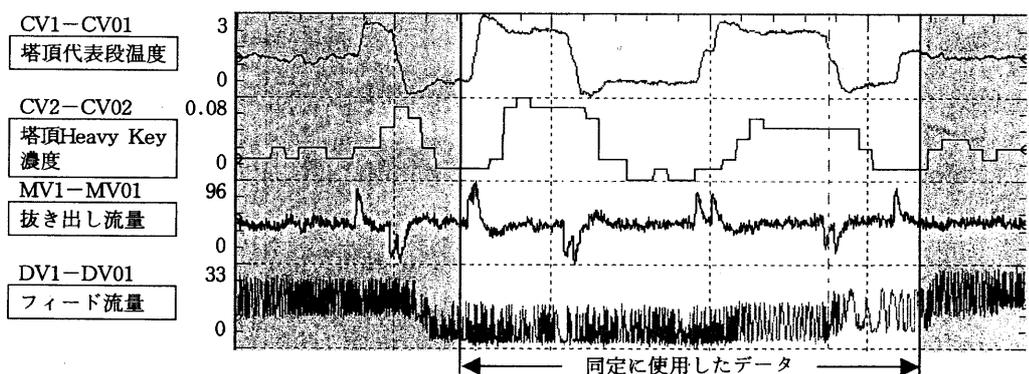
ここでの目的は、閉ループ同定でも制御変数の目標値を変化させておれば、プロセスの動特性が同定可能であることを実プロセスのデータで示すことである。したがって、モデル精度の追求には重きを置いておらず、またそのためのテクニックも用いていない。そのため、同定手順もシンプルなものとし、ツールにあるオプション類もほとんど使用していない。

また、両テストの間に少し期間が開いてしまったため、運転条件が一部異なっている。さらに、外乱は極力排除したが、若干の影響は出ている。同定自体は、外乱を考慮せずに行っている。

同定用ツールには、RMPCT（Honeywell社製）のオフラインツールを使用した。

#### 5.1 開ループテスト

データ長が不十分のため、やむを得ずテスト終了



テスト期間を含む24時間のトレンドである。塔頂代表段温度と抜き出し流量が閉ループになった状態で、塔頂代表段温度の目標値をステップ状に変化させている（目標値はここには示していない）。抜き出し流量は、インパルス状に変化している（PVをとっているためノイズ分の変動はある）。塔頂代表段温度と塔頂Heavy Key濃度は抜き出し流量の変化に対して明確に反応している。また、両制御変数の挙動はむだ時間を除き似通っている。外乱のフィード流量が変動しているため、その部分のデータは同定対象から外している。

図3 閉ループでのステップテストのトレンド

後の閉ループのデータも含んで同定を行った。使用区間を図2に併せて示している。モデル長は、180, 240, 300, 360で試行し、360のものを選択した。本同定ツールはモデルを最終的に伝達関数で表現する。そのため、モデルのプロット上はモデル長が360より長くなる。

図4に得られたモデルを示す。トレンドの目視と比較して矛盾のないモデルが得られている（当然、現象論的に見ても矛盾はない）。濃度のモデルには逆応答が認められるが、これはむだ時間が処理しきれなかったものであろう。ほとんどの同定ツールは、大きなむだ時間が存在する場合、解析者がむだ時間を指定してやらないと、逆応答を出してくる。

図5に、制御変数の実測値とモデルによる推定値の比較を示す。実測値はほぼ重なっており、妥当なモデルが得られたと結論づけられる。詳細に見ると、塔頂代表段温度は、ゲインが若干不足気味である。また、塔頂Heavy Key濃度は、逆応答部分が災いしていることが観察できる。

5.2 閉ループテスト

トレンドの始めと終わりの部分で、フィード流量

が若干変化しているため、この部分は同定の対象から外した。使用区間を図3に併せて示している。モデル長は、180, 240, 300, 360で試行し、360のものを選択した。

図6に開ループテストと閉ループテストそれぞれから得られたモデルを示す。両テストとも大きな違いのないモデルが得られている。これによって、閉ループ同定でも制御変数の目標値を変化させておれば、プロセスの動特性が同定可能であることが、実プロセスのデータにおいて確認できた。また、濃度の方はむだ時間を陽に指定しなかったにもかかわらず、逆応答ではなくむだ時間として同定されている。データ量の違いによるものと推定されるが、閉ループでのテストであるからデータ量を増やせたものである。

塔頂代表段温度に関しては、表現上で差異は出ているものの、実質的な違いはないモデルが得られている。

塔頂Heavy Key濃度に関しては、逆応答の有無とゲインが異なっている。開ループの方はガスクロの遅れ分のむだ時間を処理しきれずに、逆応答として同定している。この原因として、テスト期間が短

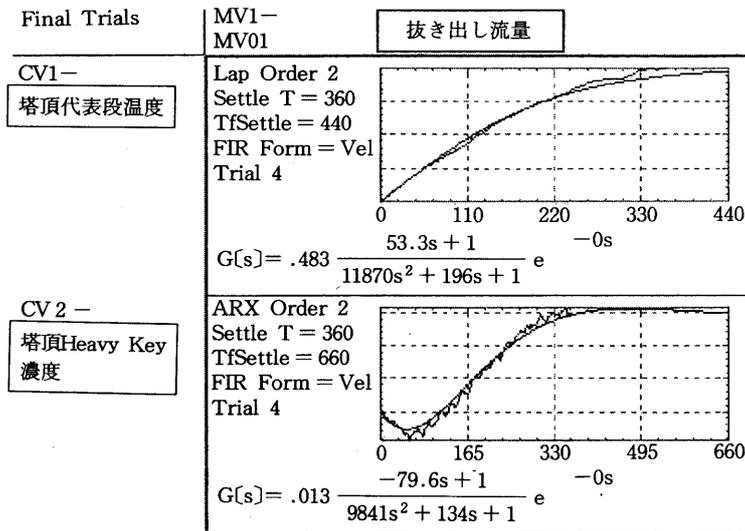
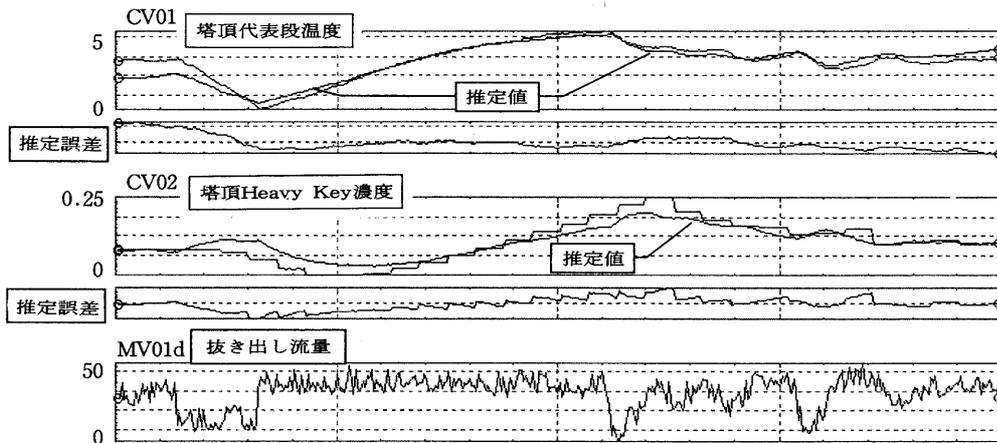


図2から、6時間程度の整定時間があることが見て取れるが、それと矛盾のないモデルとなっている。塔頂Heavy Key濃度の方はガスクロの遅れ分のむだ時間を処理しきれずに、逆応答として同定している。

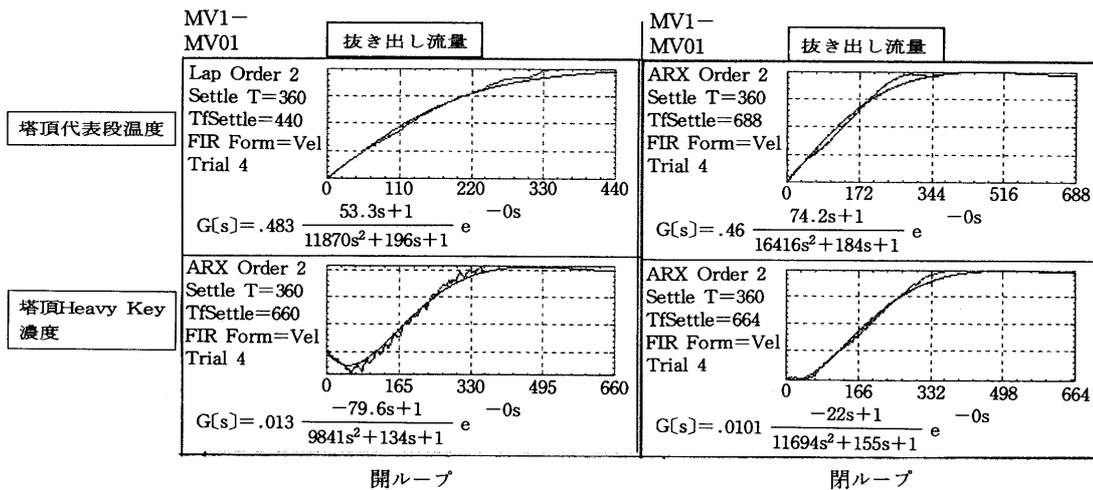
図4 開ループテストによるデータから得られたモデル

フィードバック制御下でのプロセスの動特性同定に関する考察 (その3)



塔頂代表段温度は、ゲインが若干不足気味である。また、塔頂Heavy Key濃度は、逆応答部分が災いしていることが観察できる。

図5 制御変数の実測値とモデルによる推定値の比較 (開ループテスト)



塔頂代表段温度に関しては、表現上で差異は出ているものの、実質的な違いはないモデルが得られている。塔頂Heavy Key濃度に関して、逆応答の有無とゲインが異なっている。

図6 両テストによるデータから得られたモデルの比較

かったことによるデータの不足、それを補うために制御部分まで含めたことによるコントローラ特性の影響が考えられる。塔頂代表段温度との比較では、データ量そのものは同じであるが、むだ時間を含む分、塔頂Heavy Key濃度の方が相対的に不足となったものであろう。閉ループの方は、むだ時間はうまく処理できている。厳密に見ると小さな逆応答があるが、無視しうるレベルである。こちらは、ゲイン

が低めに出ている。原因としては、目標値のステップ変化の周期が、モデルの長さより短いものばかりであったことが考えられる。

図7に、制御変数の実測値とモデルによる推定値の比較を示す。実測値と推定値はほぼ重なっており、妥当なモデルが得られたと結論づけられる。詳細に見ると、塔頂代表段温度は、後ろ1/4でゲインが若干不足気味である。しかし、これは外乱の影響に

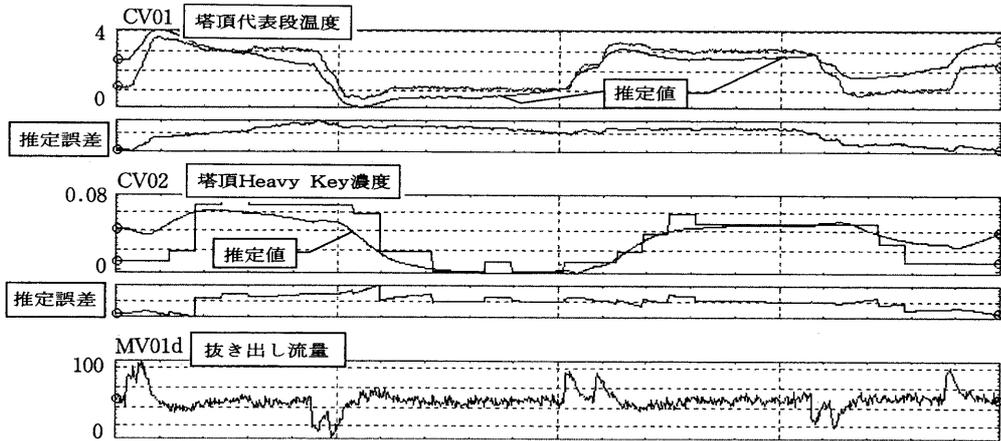
(7)

よるところが大きい。また、塔頂Heavy Key濃度は、開ループからのモデルのような逆応答がないため動きはスムーズであるが、ゲインが若干不足気味である。

### 5.3 モデルの比較

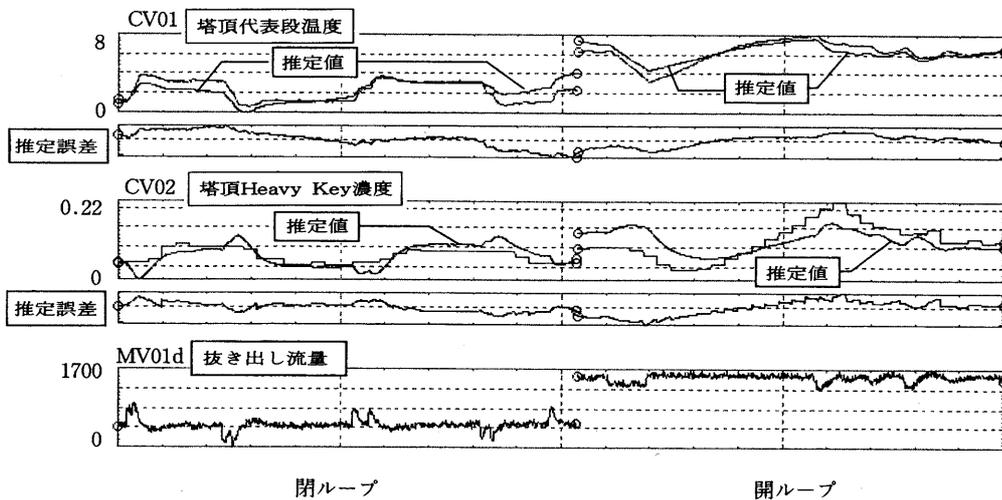
両モデルの違いをトレンド上で比較する。

図8は、開ループテストで得られたモデルを両方のデータに適用したものである。塔頂代表段温度は、



塔頂代表段温度は、後ろ1/4でゲインが若干不足気味である。しかし、これは外乱の影響によるところが大きい。また、塔頂Heavy Key濃度は、開ループからのモデルのような逆応答がないため動きはスムーズであるが、ゲインが若干不足気味である。

図7 制御変数の実測値とモデルによる推定値の比較 (閉ループテスト)



塔頂代表段温度は、どちらのデータに対してもゲインが若干不足気味であるが、おおむね挙動を表現している。閉ループの、後ろ1/4の大きなずれは、モデルを変えても改善されない。外部要因であることの裏付けにもなる。

塔頂Heavy Key濃度は、開ループのデータにも逆応答の悪影響が出ている。また、開ループデータに対しては、ゲインがほぼ適正であるが、閉ループデータに対してはゲインが若干不足気味である。

図8 開ループテストによるデータから得られたモデルを両方のデータに適用したものの

どちらのデータに対してもゲインが若干不足気味であるが、おおむね挙動を表現している。閉ループ側の、後ろ1/4の大きなずれは、モデルを変えても改善されない。外部要因であることの裏付けにもなる。また、塔頂Heavy Key濃度は、開ループ側のデータにも逆応答の悪影響が出ている。また、開ループ側データに対しては、ゲインがほぼ適正であるが、閉ループ側データに対してはゲインが若干不足気味である。

図9は、閉ループテストで得られたモデルを両方のデータに適用したものである。塔頂代表段温度は、どちらのデータに対してもほぼ適正に挙動を表現している。また、塔頂Heavy Key濃度は、開ループ側のデータ自体に対してもゲインが低めである。開ループ側ではこれが助長されている。閉ループ側のモデルには逆応答が含まれていないので、この点は改善されている。

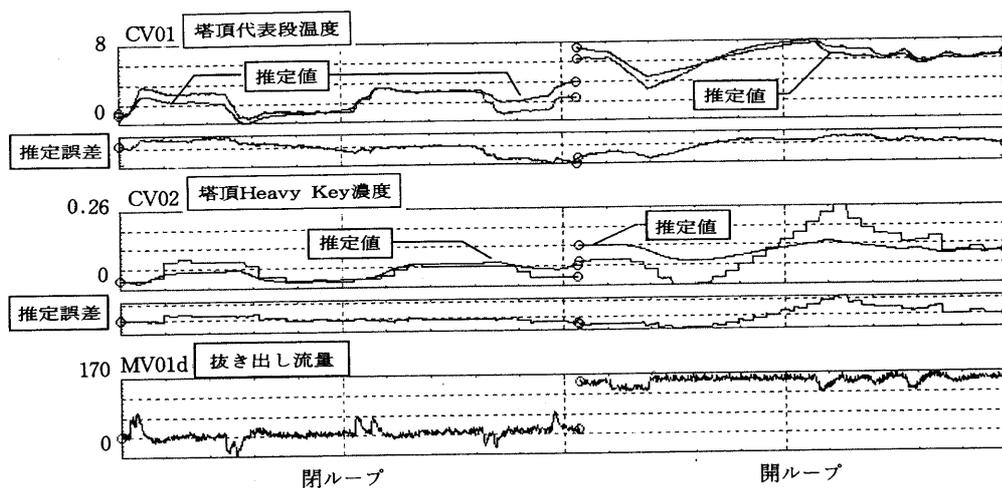
## 6 考 察

閉ループ、開ループ両ケースで、大きな差異のないモデルを得ることができた。また、これらのモデルは、現象論的にも矛盾はなく、実測値と推定値の比較でも、満足できるものであった。このことより、

閉ループ同定における可同定性の条件の一つである「制御変数の目標値を摂動させる」が正しいことを、実プロセスで確認できたといえる。理論、シミュレーションで可能なことが示されていたが、実データで確認できたことの成果は大きい。また、定常ゲインの精度を犠牲にすれば、目標値のステップ変更の周期がモデルの長さより短くても良いことも判った。

閉ループ、開ループ両ケースで、得られたモデルに若干の差が認められる。しかしながら、この差はループの開閉によるものではなく、それ以外の条件、データ量、外乱の有無、大きさなどに起因するものと考えられる。どちらの場合とも、データの長さなどの条件が同じであれば、得られるモデルの精度は同等と推定できる。しかし、全般的に見ると、閉ループテストには以下のような優位性がある。

- (1) 制御系が機能しているので、プラントの安定性は損なわれない。オペレータの負荷も下がる。
- (2) 制御変数の変化幅は目標値という形で既知であるので、設定が容易である。また、開ループテストでは、制御変数が管理値を超えないように操作変数の摂動幅を事前に明らかにしておく検討が必要である。閉ループでは、制御変数の摂動幅を設



塔頂代表段温度は、どちらのデータに対してもほぼ適正に挙動を表現している。また、塔頂Heavy Key濃度は、開ループのデータ自体に対してもゲインが低めである。開ループ側ではこれが助長されている。閉ループ側のモデルには逆応答が含まれていないので、この点は改善されている。

図9 閉ループテストによるデータから得られたモデルを両方のデータに適用したものの

定するため、事前検討は不要となる。

- (3) 定常ゲインの補正を前提とすれば、ステップを加える周期を短くできる。結果として、テスト期間が同じであれば、より多くのステップを加えることができ、情報量を増やせる。
- (4) プラントの安定性が保たれているため、テスト期間をより長くすることができる。結果として、モデルの精度向上にも寄与する。

## 7 おわりに

フィードバック制御下（閉ループ）であっても、制御変数の目標値を摂動させるテストを行うことによって、プロセスの動特性が正しく同定できることを、実際のプロセスのデータにより示した。また、閉

ループで同定を行う場合の特徴についても言及した。

今後は、閉ループ同定の特徴をより明確にするとともに、理論的な裏付けを行いたい。また、多変数の場合における可同定性の条件（現場で使える具体的な内容の）についても明確にしたい。

## 参考文献

- 1) 大野 弘, “プロセスデータの解析と制御”, 化学工学会第60年回研究予稿集B110 (1995)
- 2) 加納 学, “フィードバック制御下でのモデリング”, 化学工学会関西支部セミナープロセスデータの解析と応用テキスト (1996), P.22
- 3) 喰田秀樹, 本誌, 40, (2), 71 (1997)
- 4) 喰田秀樹, 本誌, 40, (3), 82 (1997)

